

Primo preliminare di Matematica

C.d.L. in Sc. Biologiche - Corso B - Prof. Gloria Papi
A.A.2004/2005 - 15 novembre 2004

Compito N. 1

Esercizio 1. Sia $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} -\arctan \frac{x}{2} & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 1 - |3 - x| & \text{se } 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

- disegnarne il grafico,
- determinarne l'immagine,
- la funzione è iniettiva in $(0, 3]$? Se sì, disegnare il grafico della funzione inversa della f ristretta a tale intervallo.

Esercizio 2. Determinare il dominio (eventualmente vuoto) della funzione seguente:

$$f(x) = \left(\arcsin(\sqrt{2x+3} - 2x - 2) \right)^{\frac{x^3}{2x-1}}$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n (\ln(n^2 + n + 1) - 2 \ln(n + 3))$$

Esercizio 4. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{5^{\frac{n}{2}} + 3^n}$$

Ottenere lo stesso risultato applicando opportunamente il teorema del confronto.

Primo preliminare di Matematica

C.d.L. in Sc. Biologiche - Corso B - Prof. Gloria Papi
A.A.2004/2005 - 15 novembre 2004

Compito N. 2

Esercizio 1. Sia $f : (-\infty, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(-x) & \text{se } x < 0 \\ -\sin(2x) & \text{se } 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

- disegnarne il grafico,
- determinarne l'immagine,
- la funzione è iniettiva in $(-1, \frac{\pi}{4})$? Se sì, disegnare il grafico della funzione inversa della f ristretta a tale intervallo.

Esercizio 2. Determinare il dominio (eventualmente vuoto) della funzione seguente:

$$f(x) = \left(\arctan \frac{\sqrt{4x^2 - 5} - x + 1}{-x^2 - x + 3} \right)^{\frac{x}{x-1}}$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(\ln \left(\frac{1}{n^3 + n + 3} \right) + 3 \ln(n + 1) \right)$$

Esercizio 4. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{3^{\frac{n}{2}} + 2^n}$$

Ottenere lo stesso risultato applicando opportunamente il teorema del confronto.

Primo preliminare di Matematica

C.d.L. in Sc. Biologiche - Corso B - Prof. Gloria Papi
A.A.2004/2005 - 15 novembre 2004

Compito N. 3

Esercizio 1. Sia $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \log_2(x+2) & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ -\frac{1}{x^3} + 1 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

- disegnarne il grafico,
- determinarne l'immagine,
- la funzione è iniettiva in $[0, 2)$? Se sì, disegnare il grafico della funzione inversa della f ristretta a tale intervallo.

Esercizio 2. Determinare il dominio (eventualmente vuoto) della funzione seguente:

$$f(x) = (\arcsin(\sqrt{2x-3} - 3 - x))^{\frac{x^2}{x-1}}$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2} (2 \ln(n-1) - \ln(n^2+3))$$

Esercizio 4. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{9^{\frac{n}{3}} + 5^n}$$

Ottenere lo stesso risultato applicando opportunamente il teorema del confronto.

Primo preliminare di Matematica

C.d.L. in Sc. Biologiche - Corso B - Prof. Gloria Papi
A.A.2004/2005 - 15 novembre 2004

Compito N. 4

Esercizio 1. Sia $f : (-\infty, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ -2 \cos x & \text{se } 0 < x < \pi \end{cases}$$

- disegnarne il grafico,
- determinarne l'immagine,
- la funzione è iniettiva in $(-\infty, \frac{\pi}{2})$? Se sì, disegnare il grafico della funzione inversa della f ristretta a tale intervallo.

Esercizio 2. Determinare il dominio (eventualmente vuoto) della funzione seguente:

$$f(x) = \left(\arctan \frac{\sqrt{6x^2 - 5} - x - 2}{-x^2 + x + 1} \right)^{\frac{x+1}{x}}$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n (2 \ln(n+1) - \ln(n^2 + n + 3))$$

Esercizio 4. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{2^{2n} + 3^n}$$

Ottenere lo stesso risultato applicando opportunamente il teorema del confronto.

Primo preliminare di Matematica

C.d.L. in Sc. Biologiche - Corso B - Prof. Gloria Papi
A.A.2004/2005 - 15 novembre 2004

Compito N. 5

Esercizio 1. Sia $f : (0, 2) \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + \arcsin(x-1) & \text{se } 0 < x < 1 \\ -\log x & \text{se } 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

- disegnarne il grafico,
- determinarne l'immagine,
- la funzione è iniettiva? Se sì, disegnare il grafico della funzione inversa della f .

Esercizio 2. Determinare il dominio (eventualmente vuoto) della funzione seguente:

$$f(x) = (\arcsin(\sqrt{2x-1}) - 3 - x)^{\frac{x^3}{x-3}}$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n \left(\ln \left(\frac{1}{n^2 + n + 1} \right) + 2 \ln(n+3) \right)$$

Esercizio 4. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{5^n + 2^{3n}}$$

Ottenere lo stesso risultato applicando opportunamente il teorema del confronto.

Primo preliminare di Matematica

C.d.L. in Sc. Biologiche - Corso B - Prof. Gloria Papi
A.A.2004/2005 - 15 novembre 2004

Compito N. 6

Esercizio 1. Sia $f : (-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x^3} + 1 & \text{se } x < 0 \\ -\log_{\frac{1}{2}}(x+1) & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

- disegnarne il grafico,
- determinarne l'immagine,
- la funzione è iniettiva? Se sì, disegnare il grafico della funzione inversa della f .

Esercizio 2. Determinare il dominio (eventualmente vuoto) della funzione seguente:

$$f(x) = \left(\arctan \frac{\sqrt{3x^2 - 5} - 2x + 1}{-x^2 - 5x + 1} \right)^{\frac{x+1}{x-1}}$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2} \left(2 \ln \left(\frac{1}{n-1} \right) + \ln(n^2 + 3) \right)$$

Esercizio 4. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{7^{\frac{n}{2}} + 3^n}$$

Ottenere lo stesso risultato applicando opportunamente il teorema del confronto.

Primo preliminare di Matematica

C.d.L. in Sc. Biologiche - Corso B - Prof. Gloria Papi
A.A.2004/2005 - 15 novembre 2004

Compito N. 7

Esercizio 1. Sia $f : (-\infty, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} |-x-1| - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ -\tan(-x) & \text{se } 0 < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

- disegnarne il grafico,
- determinarne l'immagine,
- la funzione è iniettiva in $(-1, \frac{\pi}{2})$? Se sì, disegnare il grafico della funzione inversa della f ristretta a tale intervallo.

Esercizio 2. Determinare il dominio (eventualmente vuoto) della funzione seguente:

$$f(x) = \left(\arcsin(\sqrt{2x+1}) - 2 - x \right)^{\frac{x^2+1}{2x-1}}$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(2 \ln \left(\frac{1}{n+1} \right) + \ln(n^2 + n + 1) \right)$$

Esercizio 4. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{9^{\frac{n}{3}} + 3^n}$$

Ottenere lo stesso risultato applicando opportunamente il teorema del confronto.

Primo preliminare di Matematica

C.d.L. in Sc. Biologiche - Corso B - Prof. Gloria Papi
A.A.2004/2005 - 15 novembre 2004

Compito N. 8

Esercizio 1. Sia $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ definita nel modo seguente:

$$f(x) = \begin{cases} -2 \arcsin x & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ | -2x + 1 | & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

- disegnarne il grafico,
- determinarne l'immagine,
- la funzione è iniettiva? Se sì, disegnare il grafico della funzione inversa della f .

Esercizio 2. Determinare il dominio (eventualmente vuoto) della funzione seguente:

$$f(x) = \left(\arctan \frac{\sqrt{2x^2 - 5} - 3x + 1}{-x^2 - 2x + 3} \right)^{\frac{x}{x-1}}$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 (\ln(n^3 + n + 3) - 3 \ln(n + 1))$$

Esercizio 4. Calcolare il seguente limite giustificando i passaggi:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{5^{2n} + 11^n}$$

Ottenere lo stesso risultato applicando opportunamente il teorema del confronto.