

1. Studiare dettagliatamente la funzione

$$f(x) = \left| x + \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x} \right|$$

trovandone il dominio massimale.

Utilizzando solamente il grafico di f disegnare qualitativamente il grafico di

$$x \mapsto \frac{1}{f(x) - 1}.$$

2. Studiare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + x^2) - \sin x - x^2}{1 - \frac{x^2}{2} - \cos x}.$$

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_n \left(\frac{\log(e - \frac{1}{n})}{\alpha} \right)^n,$$

al variare di $\alpha > 0$.

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int_{-1}^1 \frac{x^2}{(|x| - 3)(x + 3)} dx.$$