Test di recupero - 2005

September 15, 2005

1. È possibile valutare $\arccos(\cos(3\pi))$?

   a) Sì, vale π.
   b) Sì, vale 2π.
   c) Sì, vale 3π.
   d) Sì, ma può assumere infiniti valori diversi.
   e) No, non è possibile.

2. Si consideri l'insieme $A = \{a_1, a_2, \ldots a_n\}$ composto da n elementi. Quante sono le possibili funzioni iniettive e suriettive (cioè biiettive) $f : A \to A$?

   a) $n!$
   b) 1
   c) n
   d) $\dfrac{n!}{2}$
   d) n^n

3. A quale altro (o altri) dei seguenti numeri corrisponde il numero $\log_5\left(\sqrt{(-0,2)^2}\right)$?

   a) A nessun altro numero, non è possibile valutarlo.
   b) 1
   c) -1
   d) $\log_{1/5} 5$
   e) $\dfrac{1}{2}\log_5(0,4)$

4. Sia data $f : [-1, 1] \to [0, 1]$ una funzione. L'equazione $|f(x)| = f(x)$

a) ha esattamente 1 soluzione

b) ha esattamente 2 soluzioni

c) ammette infinite soluzioni

d) ammette soluzione solo se f è suriettiva.

e) ammette soluzione solo se f è iniettiva.

5. Quale (quali) fra i seguenti numeri è (sono) compreso (compresi) fra $\sqrt{24}$ e $\sqrt{37}$?

   a) $\dfrac{16}{3}$

   b) $\dfrac{13}{2}$

   c) $\dfrac{11}{2}$

   d) $\dfrac{15}{2}$

6. Sia data $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ funzione. Se l'equazione $f(x) = x$ ha una ed una sola soluzione è possibile dire se l'equazione

$$f(x-1) = x-1$$

   ha soluzione? Se si, è possibile dire quante?

   a) Non è nemmeno possibile stabilire sa l'equazione ha soluzione oppure no.

   b) Si, ha una ed una sola soluzione.

   c) È possibile dire che ha soluzione, ma non è possibile stabilirne il numero esatto.

   d) Non ha mai soluzione.

   e) Ha infinite soluzioni.

7. Siano A e B insiemi, entrambi diversi dall'insieme vuoto. Si supponga che l'equazione $P(x) = 0$ sia verificata se $x \in A$ oppure se $x \notin B$. Quale (o quali) fra le seguenti affermazioni è vera (o sono vere)?

   a) Se $x \in B$, allora $P(x) \neq 0$.

   b) Se $A \cap B = \emptyset$ e $x \notin A$ allora $P(x) = 0$.

   c) Se $A \cap B \neq \emptyset$ e $x \in A \cap B$ allora $P(x) = 0$.

d) Sapendo che dalla proposizione "$x \in A$" si deduce la proposizione "$x \notin B$", si deduce che $A \cap B = \emptyset$.

e) Dalle due proposizioni $\Big[\forall x \in B \setminus A \;\, P(x) \neq 0\Big]$ e $\Big[\exists x \in B \;\, P(x) = 0\Big]$ si deduce che $A \cap B \neq \emptyset$.

8. Si considerino le funzioni

$$\begin{aligned} &f_1 : \mathbf{R} \setminus \{-1\} \to \mathbf{R}\,, && f_1(x) = \frac{1}{x+1}\,, \\ &f_2 : \mathbf{R} \to \mathbf{R}\,, && f_2(x) = x^2\,, \\ &f_3 : \mathbf{R} \to \mathbf{R}\,, && f_3(x) = |x|\,, \\ &f_4 : \mathbf{R} \to \mathbf{R}\,, && f_4(x) = x + 2\,. \end{aligned}$$

Quale (quali) tra le seguenti affermazioni è vera (sono vere)?

a) $f_1 \circ f_2 \circ f_3 \circ f_4(x) = \dfrac{1}{x^2 + 4x + 5}$.

b) $f_1 \circ f_2 \circ f_3 \circ f_4 = f_1 \circ f_3 \circ f_2 \circ f_4$.

c) $f_4 \circ f_3 \circ f_2 \circ f_1(x) = \dfrac{1}{x^2 + 4x + 5}$.

d) $f_1 \circ f_2 \circ f_3 \circ f_4$ ha come dominio $\mathbf{R}$.

e) $f_1 \circ f_2 \circ f_3 \circ f_4$ non ha come dominio $\mathbf{R}$.

9. Siano $p : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $q : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ funzioni. Sapendo che $\sqrt{(p(x))^2} \geqslant q(x)$ dire quale, o quali, fra le seguenti affermazioni è vera, o sono vere.

a) $-\sqrt{(p(x))^2} \leqslant -q(x)$

b) Se $p(x) \geqslant 0$ allora $p(x) \geqslant q(x)$.

c) Se $p(x) < 0$ allora $-p(x) \geqslant q(x)$.

d) $p(x) \geqslant q(x)$.

e) $|p(x)| \geqslant q(x)$.

10. Dire quale, o quali, delle seguenti affermazioni è vera, o sono vere.

Se il prezzo di un prodotto P aumenta, aumenta del 10% all'anno.

a) Dopo due anni di aumento, P è aumentato meno del 20%.

b) Dopo due anni di aumento, P è aumentato del 20%.

c) Dopo due anni di aumento, P è aumentato più del 20%.

Lo stesso prodotto P prima aumenta per un anno (sempre del 10%), poi diminuisce per altro anno di una percentuale x fino a raggiungere il prezzo di due anni prima.

d) Nel secondo anno P è diminuito meno del 10%.
e) Nel secondo anno P è diminuito del 10%.
f) Nel secondo anno P è diminuito più del 10%.

****

Risposte

1. a)
2. a)
3. c), d)
4. c)
5. a), c)
6. b)
7. c), d), e)
8. a), b), d)
9. a), b), c), e)
10. c), d)
11.
12.
13.

Per le dispense: Sia data $f : [0,1] \to [0,1]$ funzione biiettiva e strettamente crescente. Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = x$?

Risposta: per ogni $n \in \mathbf{N}$, $n \geqslant 2$, esiste una funzione monotona crescente tale che l'equazione $f(x) = x$ ha esattamente n soluzioni.