# Lauree in Ingegneria Chimica e dei Materiali.
# Matematica 1 (2007–2008)

Settimana 4, 19-24 ottobre. Lezioni 11-14

**Argomenti** svolti a lezione (indicativo):
- Serie. Testo: Cap 3, sez 2.
- Limiti di funzioni reali. Testo: Cap 4, sez. 2 e (parte della) 6.

**Esercizi**

1. Dal testo: Tutti quelli pertinenti.
2. Determinare, se esiste, il limite della successione $a_n$, $n \geq 1$, nei casi seguenti:
   (a) $a_n = (3n^4 + \sin n)^{1/n}$.
   (b) $a_n = \frac{(n-n^n)(n^3+\ln n)}{n+e^n}$.
   (c) $a_n = 10 - \frac{10^n}{n^{10}}$.
   (d) $a_n = \frac{(-1)^n}{\ln(1+2n)}$.
   (e) $a_n = \frac{n9^n}{n!}$.
   (f) $a_n = \frac{\ln(n^2)}{\ln(2n^2+3)}$.
   (g) $a_n = \frac{n^3 \sin \frac{1}{n^2} + (\ln(2n+1))^2}{n + \arctan(n!)}$.
   (h) $a_n = \frac{(n+1)^n + 5^{2n} \cos n}{n^n + (\ln n)^3}$.
   (i) $a_n = \frac{\ln \sqrt{n}}{\ln(2\sqrt{n} + \ln n)}$.
   (j) $a_n = \frac{2^{n^2}}{2^{2^n}} - 1$.

3. (a) Sapendo che la successione $a_n = \frac{3n}{n+2}$ è monotona, determinare gli estremi inferiore e superiore di $\{a_n \ : \ n \in \mathbf{N}\}$ e dire se sono minimo e massimo.
   (b) L'insieme $\{\frac{n^2}{n^2-3} \ : \ n \in \mathbf{N}\}$ è limitato?
4. Determinare il comportamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nei casi seguenti (specificando, per quelle a segno non definitivamente costante, convergenza e convergenza assoluta):
   (a) $a_n = \frac{n+3}{2n^3-2n+3}$.
   (b) $a_n = \frac{3n+2}{n^2-n+1}$.
   (c) $a_n = (-1)^n \frac{3n+2}{n^2-n+1}$.
   (d) $a_n = \frac{(1+n)^3}{n^n}$.

(e) $a_n = \frac{1}{n}\sin\frac{1}{n}$.
(f) $a_n = 1 - \cos\frac{1}{n}$.
(g) $a_n = -\cos\frac{1}{n}$.
(h) $a_n = (-n)^n\big(1 - \cos\frac{1}{n}\big)$.
(i) $a_n = (\sin\frac{1}{n})^2 + (\sin\frac{1}{n^2})$.
(j) $a_n = \left(\frac{n}{2n+1}\ln\frac{2n^2+2}{2n^2+1}\right)^n$.
(k) $a_n = \frac{(2n)!}{2^n\sqrt{n}}$.
(l) $a_n = \frac{5n^2-1}{n^3+1}\tan\frac{1}{n}$.
(m) $a_n = -(1 - \cos\frac{1}{n})\ln\frac{n^2}{n+1}$.
(n) $a_n = \left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^n$.
(o) $a_n = (-1)^n\frac{1-\sin\frac{1}{n}}{n^{1/4}}$.
(p) $a_n = (-1)^n\frac{\arcsin(n^2)}{\sqrt{n}}$.
(q) $a_n = \left(\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right)\right)^n \arctan\frac{n}{n^3+1}$.
(r) $a_n = \frac{(\ln n)^2+3^n\sin\frac{1}{n}}{3^n+5^n}$.
(s) $a_n = \frac{1}{n}\,\frac{n^3\sin\frac{1}{n^2}+(\ln(2n+1))^2}{n+|\sin n|}$.

5. Stabilire per quali valori del parametro $p \in \mathbb{R}$ è convergente la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, nei casi seguenti:
(a) $a_n = |9 - p^2|^{\frac{4n^2}{n+7}}$.
(b) $a_n = n^{-3}|9 - p^2|^{\frac{4n^2}{n+7}}$.
(c) $a_n = \frac{p^n}{n^2+10}$.
(d) $a_n = \frac{\sqrt{1+n}}{1+n+n^2p^2}$.
(e) $a_n = \frac{(p+1)^n}{n^2+3n+1}$.
(f) $a_n = \frac{ne^{pn}}{n+1}$.

6. Calcolare i seguenti limiti:
(a) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x+3} - \sqrt{|x-1|}\right)$.
(b) $\lim_{x\to 0}\frac{1+3\arctan(x^2)}{2x^2}$.
(c) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x^p}{x}$ al variare di $p \in \mathbb{R}$.