Lauree in Ingegneria Chimica e dei Materiali.
Matematica 1 (2007–2008)

Settimana 8, 26–30 novembre. Lezioni 26-29

Argomenti svolti a lezione (indicativo):
- Integrazione (fine). Testo, cap. 6: sezioni 5, 7, 10.1, 10.2.

Esercizi (Non c'è bisogno che li facciate tutti, ma assinceratevi di saper fare esercizi dei diversi tipi svolti a lezione)

1. Dal testo: Tutti quelli pertinenti.
2. Calcolare per parti i seguenti integrali:
   (a) $\int x^2 \log x dx$
   (b) $\int (\log x)^2 dx$ [Ricordare che una primitiva del log è ...].
   (c) $\int \cos(2x) \sin x dx$.
   (d) $\int_0^\pi e^x \sin x \, dx$. [R: $(1 + e^\pi)/2$]
   (e) $\int_{-1}^1 (1 - x^2) e^{-x} dx$. [R: $4/e$]

3. Calcolare, con (ovvie) sostituzioni, i seguenti integrali:
   (a) $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$. [R: 2]
   (b) $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \sin(x^2) dx$ [R: $\frac{1}{2}$]
   (c) $\int \frac{\sqrt{x}}{x-1} dx$
   (d) $\int \sqrt{3 - x^2 + 2x} \, dx$ [Ricondursi a $\int \sqrt{a^2 - y^2} \, dy$]
   (e) $\int_1^e \frac{1}{x} \frac{\log x}{(\log x)^2 - 6 \log x + 9} dx$

4. Calcolare i seguenti integrali:
   (a) $\int \frac{x+1}{x^2+4} dx$
   (b) $\int \frac{x-1}{x^2-4} dx$
   (c) $\int \frac{x-1}{x^2-4x} dx$
   (d) $\int \log(x^2 + 1) dx$.

4. Stabilire se i seguenti integrali generalizzati convergono:
   (a) $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$ (e calcolarne il valore)
   (b) $\int_0^1 \frac{\log x}{(1+x)^2} dx$ (e calcolarne il valore)
   (c) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$

(d) $\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{x}-x} dx$ (e calcolarne il valore con una sostituzione)
(e) $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$
(f) $\int_1^2 \log(x-1)dx$ (e calcolarne il valore)
(g) $\int_0^{+\infty} \frac{x+e^{-x}}{\sqrt{1+x^5}} dx$
(h) $\int_0^{+\infty} \sqrt{\frac{x+1}{x}} \arctan \frac{x}{x+1} dx$
(i) $\int_0^1 \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ (e calcolarne il valore con una sostituzione)
[R: $\frac{\pi}{2} - \log 2$]

5. Con un'integrazione per parti e poi la sostituzione $t = \cos x$ calcolare

$$\int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin x}{(2 \cos x + 1)^2} \log(\cos^2 x + \cos x + 1)dx$$

[R: $(\sqrt{3}\pi - 3 \log 3)/9$].

6. Discutere la convergenza dei seguenti integrali al variare del parametro $p \in \mathbb{R}$:
(a) $\int_0^{+\infty} \frac{|\sin x|^p}{x^2} dx$
(b) $\int_0^3 \frac{(e^x-1)^2}{x^{p+1}} dx$
(c) $\int_{-1}^0 \frac{e^x-1-x}{1-\cos(x^p)} dx$

7. Trovate molti esercizi, sia sugli integrali che sugli integrali generalizzati (lì chiamati 'impropri'), sulla pagina web che vi ho segnalato nel gruppo di esercizi precedente.