



Studente:

LEGGERE CON ATTENZIONE

Istruzioni generali:

- *Compilate il frontespizio del foglio bianco e scrivete nome e cognome sugli altri due fogli PRIMA DI INIZIARE LO SVOLGIMENTO DELLA PROVA, e in modo leggibile.*
- *Usate il foglio bianco per la bella, il foglio a quadretti ed il margine del foglio con il testo per la brutta. Riconsegnate tutti i fogli. (L'assenza di uno di essi, o la mancanza del nome su uno di essi, comporterà l'annullamento del compito.)*
- *Verrà valutata solo la bella.*
- *Sulla bella svolgete gli esercizi in ordine numerico ed indicate anche quelli non svolti.*
- *Rispondete in modo pertinente e preciso. Le divagazioni non verranno valutate.*
- *Scrivete in modo chiaro. Risposte illeggibili o incomprensibili non verranno valutate.*
- *Se vi servono altri fogli per la brutta rivolgetevi al sorvegliante.*

Regole di comportamento:

- *Sul banco potete tenere solo i fogli che vi sono stati consegnati, l'occorrente per scrivere, ed il libretto universitario. Borse e giacche devono essere riposte all'esterno dei banchi.*
- *È proibito comunicare in qualunque modo e per qualunque motivo con gli altri studenti e con l'esterno. È proibito copiare e lasciar copiare.*
- *Durante lo svolgimento del compito non si può uscire dall'aula, a meno che non ci si ritiri.*
- *Per ritirarvi, scrivete "RITIRATO" sulla prima pagina del foglio di bella e riconsegnate tutti i fogli.*

(Il mancato rispetto di queste regole potrà comportare l'annullamento del compito)

TEMA 1

Domanda 1. Rispondere (in modo sintetico e preciso, ma senza motivare le risposte) alle seguenti domande:

- (a) Completare le due disuguaglianze: $\dots \leq |a - b| \leq \dots$
- (b) Completare la formula $\sum_{j=1}^n a_j = \sum_{k=?}^? a_{k+1}$
- (c) Qual è l'insieme di definizione della funzione $x \mapsto \frac{\arcsin(|x|)}{\log(x+1)}$?
- (d) È vero che una successione monotona ha sempre limite in \mathbf{R} ?
- (e) È vero che se il termine n -mo di una serie a termini non costanti non è infinitesimo per $n \rightarrow +\infty$ allora la serie non è assolutamente convergente?

Domanda 2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\left(\sqrt{\frac{4}{x^2} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{4}{x^2}} \right) \frac{x + \log(1 + \sqrt{x})}{\cos x - 1} \arcsin(x^{3/2}) \right]$$

giustificando la risposta. (Risposte senza spiegazioni non saranno valutate).

Domanda 3. Stabilire il comportamento, prestando in particolare attenzione alla distinzione fra convergenza e convergenza assoluta, della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n (e^{\frac{1}{n}} - 1)^p$$

al variare del parametro $p \in \mathbf{R}$. Giustificare le risposte. (Risposte senza spiegazioni non saranno valutate).

Domanda 4.

- (a) Dare la definizione di limite di una successione.
- (b) Enunciare il criterio della radice per le serie a termini di segno costante
- (c) Dimostrare il criterio della radice, evidenziando l'uso della definizione di limite nella dimostrazione.



Studente:

LEGGERE CON ATTENZIONE

Istruzioni generali:

- *Compilate il frontespizio del foglio bianco e scrivete nome e cognome sugli altri due fogli PRIMA DI INIZIARE LO SVOLGIMENTO DELLA PROVA, e in modo leggibile.*
- *Usate il foglio bianco per la bella, il foglio a quadretti ed il margine del foglio con il testo per la brutta. Riconsegnate tutti i fogli. (L'assenza di uno di essi, o la mancanza del nome su uno di essi, comporterà l'annullamento del compito.)*
- *Verrà valutata solo la bella.*
- *Sulla bella svolgete gli esercizi in ordine numerico ed indicate anche quelli non svolti.*
- *Rispondete in modo pertinente e preciso. Le divagazioni non verranno valutate.*
- *Scrivete in modo chiaro. Risposte illeggibili o incomprensibili non verranno valutate.*
- *Se vi servono altri fogli per la brutta rivolgetevi al sorvegliante.*

Regole di comportamento:

- *Sul banco potete tenere solo i fogli che vi sono stati consegnati, l'occorrente per scrivere, ed il libretto universitario. Borse e giacche devono essere riposte all'esterno dei banchi.*
- *È proibito comunicare in qualunque modo e per qualunque motivo con gli altri studenti e con l'esterno. È proibito copiare e lasciar copiare.*
- *Durante lo svolgimento del compito non si può uscire dall'aula, a meno che non ci si ritiri.*
- *Per ritirarvi, scrivete "RITIRATO" sulla prima pagina del foglio di bella e riconsegnate tutti i fogli.*

(Il mancato rispetto di queste regole potrà comportare l'annullamento del compito)

TEMA 2

Domanda 1. Rispondere (in modo sintetico e preciso, ma senza motivare le risposte) alle seguenti domande:

- (a) Completare la seguente formula: $\sum_{j=0}^n a_j = \sum_{k=?}^? a_{k-1}$
- (b) Qual è l'insieme di definizione della funzione $x \mapsto \frac{\sqrt{e^x-1}}{\log(1-x)}$?
- (c) Completare le disuguaglianze $\dots \leq |a-b| \leq \dots$
- (d) È vero che se il termine n -mo di una serie a termini non costanti non è infinitesimo per $n \rightarrow +\infty$ allora la serie non è assolutamente convergente?
- (e) Sotto quali ipotesi vale il “criterio del confronto asintotico” per le serie?

Domanda 2. Stabilire il comportamento, prestando in particolare attenzione alla distinzione fra convergenza e convergenza assoluta, della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\sin \frac{1}{n} \right)^p$$

al variare del parametro $p \in \mathbf{R}$. Giustificare la risposta. (Risposte senza spiegazioni non saranno valutate).

Domanda 3. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[(\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2}) (x + \sqrt{x}) \frac{1 - \cos \frac{1}{x}}{\log(1 + \frac{1}{x})} \right]$$

giustificando la risposta. (Risposte senza spiegazioni non saranno valutate).

Domanda 4.

- (a) Dare la definizione di limite di una successione.
- (b) Enunciare il criterio della radice per le serie a termini di segno costante
- (c) Dimostrare il criterio della radice, evidenziando l'uso della definizione di limite nella dimostrazione.