



LEGGERE CON ATTENZIONE

Istruzioni generali:

- *Compilate il frontespizio del foglio bianco e scrivete nome e cognome sugli altri due fogli prima di iniziare lo svolgimento della prova, e in modo leggibile.*
- *Usate il foglio bianco per la bella ed i fogli a quadretti per la brutta. **Riconsegnate tutti i fogli.** (L'assenza di uno di essi, o la mancanza del nome su uno di essi, comporterà l'annullamento del compito.)*
- *Verrà valutata solo la bella.*
- *Sulla bella svolgete gli esercizi in ordine numerico ed indicate anche quelli non svolti.*
- *Rispondete in modo pertinente e preciso. Le divagazioni non verranno valutate. **Giustificate tutte le risposte***
- *Scrivete in modo chiaro. Risposte illeggibili o incomprensibili non verranno valutate.*
- *Se vi servono altri fogli per la brutta rivolgetevi al sorvegliante.*

Regole di comportamento:

- *Sul banco potete tenere solo i fogli che vi sono stati consegnati, l'occorrenza per scrivere, ed il libretto universitario. Borse e giacche devono essere riposte all'esterno dei banchi.*
- *È proibito comunicare in qualunque modo e per qualunque motivo con gli altri studenti e con l'esterno. È proibito copiare e lasciar copiare.*
- *Durante lo svolgimento del compito non si può uscire dall'aula, a meno che non ci si ritiri.*
- *Per ritirarvi, scrivete "RITIRATO" sulla prima pagina del foglio di bella e riconsegnate tutti i fogli.*

(Il mancato rispetto di queste regole potrà comportare l'annullamento del compito)

Criteri di valutazione:

- *Gli esercizi (prime tre risposte) valgono circa 22-24 punti. Il punteggio **minimo** per queste tre domande è 15. La domanda teorica verrà valutata **solo** se il punteggio delle prime tre domande è ≥ 15 .*

Studente:

Domanda 1. Data la funzione

$$f(x) = x^2 \sqrt{1+x}$$

- (a) Determinare i domini nei quali essa è definita, continua, e derivabile
- (b) Determinarne i punti di massimo e minimo relativi ed assoluti nel dominio di definizione, se esistono.
- (c) Determinarne i punti di flesso, se esistono.
- (d) Tracciarne il grafico.

Domanda 2. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \cos x)^2 - x^2 + x \sin x}{x^5 e^x + x^2 \ln(1 + x^2)}$$

senza usare de l'Hôpital.

Domanda 3. Stabilire il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)^p$$

al variare del parametro $p \in \mathbf{R}$. Attenzione: prestare particolare attenzione alla distinzione fra convergenza e convergenza assoluta. Giustificare la risposta. (Risposte senza spiegazioni non saranno valutate).

Domanda 4. Rispondere (in modo preciso) alle seguenti domande:

- (a) Dimostrare che se una funzione f è derivabile in un punto x_0 interno al suo dominio di definizione allora essa è anche continua in x_0 .
- (b) Dare la definizione di “limite per $x \rightarrow x_0 \in \mathbf{R}$ di una funzione $f(x)$ ” e dimostrare poi che, se $\lim_{x \rightarrow x_0} f_1(x) = l_1 \in \mathbf{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f_2(x) = l_2 \in \mathbf{R}$ allora $\lim_{x \rightarrow x_0} (f_1(x) + f_2(x)) = l_1 + l_2$.
- (c) Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile due volte. Quali relazioni vi sono fra le proprietà di f'' ed i massimi e minimi relativi di f ?