

# I COMPITINO DI MECCANICA RAZIONALE

(Corso di Laurea in Fisica – 24.3.01)

## PARTE PRATICA

4. Disegnare il ritratto in fase ed il diagramma di biforcazione degli equilibri dell'equazione differenziale

$$\ddot{x} = -x^3 - 2x^2 + kx, \quad x \in \mathbf{R},$$

al variare del parametro  $k \in \mathbf{R}$ .

5. Classificare i punti singolari del sistema di equazioni differenziali in  $\mathbf{R}^2$

$$\dot{x} = \alpha x + xy$$

$$\dot{y} = y + \alpha x^2$$

al variare del parametro  $\alpha \in \mathbf{R}$ ,  $\alpha \neq 0$ .

6. Disegnare il ritratto in fase del sistema dell'esercizio precedente per  $\alpha = -1$ .

7. Stabilire se le ipotesi del teorema di Lyapunov sulla stabilità ("II metodo") sono verificate nel caso del punto di equilibrio del sistema

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\sin \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{x^2 - \cos \theta}{x} \end{aligned}$$

( $x > 0$ ,  $\theta \in S^1$ ) con "funzione di Lyapunov"

$$W(x, \theta) = \frac{x^3}{3} - x \cos \theta.$$

- *Consegnare gli esercizi delle due parti su fogli distinti.*
- *Ricordarsi di scrivere nome e numero di matricola su ogni foglio.*
- *Non consegnare fogli di brutta.*