

Programma di Meccanica Razionale

(Corso di Laurea in Fisica – a.a. 2001-2002)

Sistemi dinamici

- Flusso di un'equazione differenziale. Integrali primi e derivata di Lie.
- Equilibri e stabilità: primo e secondo metodo di Lyapunov. Sistemi conservativi ad un grado di libertà.
- Linearizzazione attorno ad un equilibrio. Sistemi lineari: teoria generale; classificazione e ritratti in fase nel piano.
- *Biforcazioni*.
- Sistemi dissipativi: stabilità asintotica.
- *Esempi: Lotka-Volterra. Ciclo limite nell'orologio meccanico.*

Meccanica Newtoniana

- Struttura euclidea dello spazio, sistemi di riferimento.
- Leggi di conservazione dell'equazione di Newton per una particella.
- Moti relativi; velocità angolare; teorema di Coriolis. *Applicazioni*.

Sistemi vincolati

- Punto vincolato a curva liscia.
- Vincoli olonomi. Varietà delle configurazioni e coordinate lagrangiane. Vincoli ideali.
- Equazioni di Lagrange.
- Vincoli anolonomi (lineari ed integrabili).
- Vincolo di rigidità. Equazioni del moto di un corpo rigido.
- Operatore di inerzia ed energia cinetica.

Meccanica Lagrangiana

- Proprietà generali dei sistemi lagrangiani: Potenziali generalizzati; carica in campo elettromagnetico. Integrale di Jacobi. Lagrangiane equivalenti.
- Equilibri e stabilità: teorema di Lagrange-Dirichlet. Linearizzazione delle equazioni di Lagrange: spettro ed instabilità.
- Piccole oscillazioni. Sistemi di oscillatori disaccoppiati e flusso lineare sul toro.
- Simmetrie, integrali primi, riduzione: Teorema di Noether. Coordinate ignorabili e riduzione alla Routh.
- Formulazione variazionale: Calcolo delle variazioni e principio di Hamilton.
- Geodetiche su varietà. Moti spontanei e geodetiche. *Esempi: geodetiche; piano di Poincaré-Lobatchevsky. Cenni sulle varietà Riemanniane.*

Sistemi Meccanici

- Il problema dei due corpi e il problema di Kepler; campi centrali.
- *Soluzioni equilatera nel problema dei tre corpi.*
- Pendolo sferico.
- Il corpo rigido di Euler-Poinsot.
- *Trottola di Lagrange.*

Meccanica Hamiltoniana

- Trasformata di Legendre. Equazioni di Hamilton.
- Moti e geodetiche: Metrica di Jacobi.
- Campi vettoriali hamiltoniani. Parentesi di Poisson. Parentesi di Lie di campi vettoriali. Commutazione di flussi. *Cenno sulle algebre di Lie.*
- Push forward di campi vettoriali. Trasformazioni canoniche indipendenti dal tempo.
- Trasformazioni simplettiche. Definizione e canonicità. Matrici simplettiche. Trasformazioni simplettiche e parentesi di Poisson. Condizione di Lie. Funzioni generatrici. Trasformazioni simplettiche con valenza.
- Sistemi integrabili; variabili tempo-energia e azione-angolo in sistemi a un grado di libertà. Variabili azione-angolo per l'oscillatore armonico. Cenno sul teorema di Liouville-Arnold. Teoria di Hamilton-Jacobi. *Esempio: variabili azione-angolo per il problema di Kepler piano.*
- Introduzione alla teoria delle perturbazioni per sistemi quasi integrabili; primo ordine perturbativo per oscillatori armonici debolmente accoppiati.
- *Teorema "del ritorno" di Poincaré.*

Gli argomenti in caratteri italici si possono considerare di approfondimento; la loro conoscenza non è necessaria per superare l'esame — ma lo è per superarlo bene.