



Corso di Laurea in Fisica

Istituzioni di Fisica Matematica (2011)

Autovalutazione

Seconda settimana (Lezioni 5-8)

Argomenti trattati

- Dal testo: Sezione 1.1.G. Sezione 1.2.A. Sezioni 1.4 A,B,C. Sezione 1.5. Sezione 1.6.

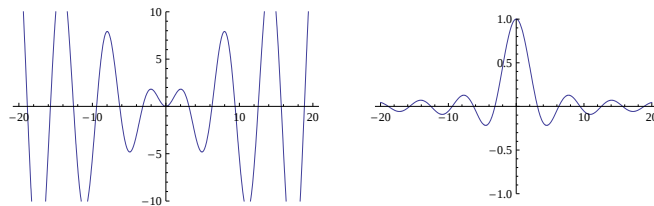
Domande di teoria

- Cos'è un insieme invariante di un'equazione differenziale? E un integrale primo? Che relazione c'è tra essi?
- Cosa significa (analiticamente e geometricamente) che due integrali primi sono funzionalmente indipendenti?
- Dare la definizione di stabilità e di stabilità asintotica.
- Enunciare il metodo delle funzioni di Lyapunov per la stabilità e la stabilità asintotica e dimostrare la parte concernente la stabilità.
- Può esistere la stabilità asintotica per sistemi con un integrale primo non costante? Dimostrarlo.
- Spiegare le relazioni fra autovalori e stabilità per l'equazione $\dot{x} = Ax$, con A matrice diagonalizzabile.
- In quali casi l'insieme di sottolivello di una funzione definita sullo spazio delle fasi è un insieme invariante?
- Usando un'opportuna funzione di Lyapunov, dimostrare che un punto di minimo stretto dell'energia potenziale per l'equazione differenziale $\ddot{x} = -V'(x)$, x in $\mathbb{R}$, è configurazione di equilibrio stabile.
- Enunciare e dimostrare (per la sola stabilità asintotica) il metodo spettrale di Lyapunov.
- Si può dimostrare la stabilità non asintotica usando il metodo spettrale di Lyapunov?
- Confrontare il teorema di Grobman-Hartman ed il metodo spettrale di Lyapunov nei casi:
 - 1) in cui c'è un autovalore con parte reale positiva ed autovalori con parte reale nulla.
 - 2) tutti gli autovalori hanno parte reale non nulla.

Esercizi

- Tutti gli esercizi pertinenti nel testo

- Disegnare schematicamente il ritratto in fase per il potenziale $V = x(x^2 - 1)$ e per il potenziale $V = -x(x^2 - 1)$.
- Disegnare schematicamente il ritratto in fase per i potenziali $V = x \sin x$ e $V = \frac{\sin x}{x}$.



- Sia data l'equazione differenziale $\ddot{x} = -V'_k(x)$ con $V_k(x) = x(x^2 - 3k)$, $x \in \mathbb{R}$, dipendente dal parametro reale k .
 1. Disegnare i ritratti in fase per una scelta di k rilevanti.
 2. Linearizzare negli equilibri e descrivere il tipo di equilibrio.