



LAUREA DI PRIMO LIVELLO IN FISICA
CORSO DI ISTITUZIONI DI FISICA MATEMATICA
II APPELLO 2008 — 3 aprile 2008
PARTE A

Esercizio 1. Un sistema di riferimento $(O; e_x, e_y, e_z)$ è in rotazione uniforme attorno all'asse e_z , con velocità angolare ωe_z , rispetto ad un sistema di riferimento inerziale.

Due punti materiali P e Q di massa m sono vincolati ad appartenere al piano xz . Inoltre, P è vincolato a mantenere distanza ℓ da O e Q è vincolato a mantenere distanza ℓ da P .

Le uniche forze attive agenti sul sistema in questo riferimento sono quelle di inerzia.

Si assuma che i vincoli siano ideali e si utilizzino come coordinate lagrangiane gli angoli φ e θ mostrati in figura.

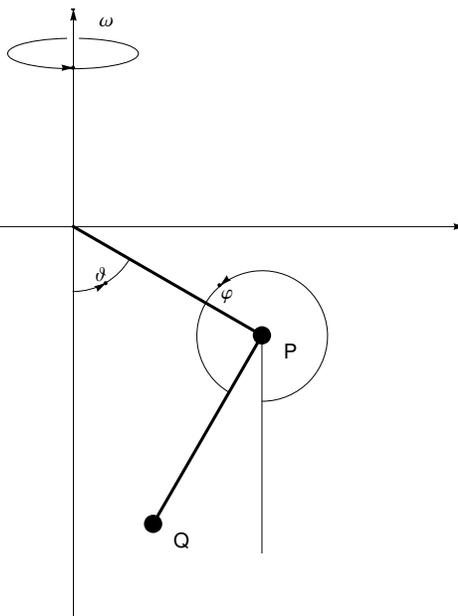
(a) Si spieghi perchè la forza di Coriolis non ha effetto sulla dinamica.

(b) Si scriva la Lagrangiana del sistema

[Per semplificare i conti successivi, si osservi che la Lagrangiana è equivalente ad una Lagrangiana che dipende solo da uno dei tre parametri m, ℓ, ω .]

(c) Si verifichi che le configurazioni $(0, 0)$ e $(\pi/2, \pi/2)$ sono di equilibrio e se ne studi la stabilità.

(d) Si determinino i modi normali di oscillazione attorno a $(\pi/2, \pi/2)$.



Esercizio 2. Si consideri l'equazione differenziale

$$\ddot{x} = -(2 + 3x)x, \quad x \in \mathbf{R}$$

(a) Tracciarne il ritratto in fase.

(b) Stabilire per quali valori del parametro $v \in \mathbf{R}$ la soluzione con dato iniziale $x(0) = 0, \dot{x}(0) = v$ è periodica.

- Scrivere nome e cognome su ogni foglio consegnato (IN MODO LEGGIBILE).
- Leggere con attenzione il testo e rispondere solo alle domande fatte. Non divagare.
- Consegnare solo la bella. Cancellare in modo chiaro ogni pezzo che non deve essere valutato.
- Sulla bella rispondere agli esercizi/domande in ordine ed indicare con chiarezza quelli non svolti.



**LAUREA DI PRIMO LIVELLO IN FISICA
CORSO DI ISTITUZIONI DI FISICA MATEMATICA
II APPELLO 2008 — 3 aprile 2008
PARTE B**

Domanda 1. Rispondere in modo sintetico e preciso alle seguenti domande:

- (a) Definire la stabilità di un equilibrio.
- (b) Indicare alcune conseguenze dell'unicità delle soluzioni di un'equazione differenziale.
- (c) Quali integrali primi ha il problema di Kepler?
- (d) Enunciare il teorema di Lagrange–Dirichlet.
- (d) Cosa è, come si calcola, e che proprietà ha l'“integrale di Jacobi”?

Domanda 3. Enunciare e dimostrare il principio variazionale di Hamilton.

-
- *Scrivere nome e cognome su ogni foglio consegnato (IN MODO LEGGIBILE).*
 - *Leggere con attenzione il testo e rispondere solo alle domande fatte. Non divagare.*
 - *Consegnare solo la bella. Cancellare in modo chiaro ogni pezzo che non deve essere valutato.*
 - *Sulla bella rispondere agli esercizi/domande in ordine ed indicare con chiarezza quelli non svolti.*
-