

Analisi semiclassica per l'equazione di Schrödinger non lineare

Andrea Sacchetti

Dipartimento di Matematica - Università di Modena e Reggio Emilia

Università di Padova, TA, aula 2AB45, ore 15:30, 22 Marzo 2010

Sunto: In questa comunicazione si studia nel limite semiclassico l'equazione di Schrödinger dipendente dal tempo con potenziale esterno di tipo *doppia buca* e con un termine perturbativo non lineare, il parametro μ è l'esponente di non linearità.

Nel limite semiclassico si dimostra che l'autospazio finito dimensionale associato ai primi due autovalori dell'operatore lineare è quasi invariante per tempi dell'ordine del periodo di battimento e che il termine dominante della funzione d'onda è descritto da un sistema dinamico finito dimensionale.

Si osserva inoltre che gli stati stazionari dell'equazione di Schrödinger non lineare possono biforcarsi al variare dell'intensità del termine non lineare. Più in dettaglio sono possibili solo due tipi di biforcazione: una biforcazione di tipo *supercritical pitch-fork* ed una biforcazione di tipo *subcritical pitch-fork* associata a due punti sella. Si dimostra che il primo tipo di biforcazione avviene per $\mu < \mu_{threshold}$, dove $\mu_{threshold} = \frac{1}{2} [3 + \sqrt{13}]$ è un valore critico; al contrario, quando $\mu > \mu_{threshold}$ allora si ha sempre il secondo tipo di scenario. Si sottolinea il fatto che tale valore critico $\mu_{threshold}$ per l'esponente di non linearità è *una costante universale* nel senso che essa non dipende dalla forma del potenziale a doppia buca e non dipende dalla dimensione spaziale n .

Questa conferenza si basa su una serie di lavori in collaborazione con D. Bambusi, V. Grecchi e A. Martinez:

1. Grecchi V, Martinez A, Sacchetti A, *Destruction of the beating effect for a non-linear Schroedinger equation*, Comm. Math. Phys. 227 (2002), 191-209.
2. Sacchetti A, *Nonlinear time-dependent one-dimensional Schrodinger equation with double-well potential*, SIAM J. Math. Anal. 35 (2003), 1160-1176.
3. Sacchetti A., *Nonlinear double-well Schrodinger equations in the semiclassical limit*, J. Stat. Phys. 119, (2005) 1347-1382.
4. Bambusi D., Sacchetti A., *Exponential times in the one-dimensional gross-pitaevskii equation with multiple well potential*, Comm. Math. Phys. 275, (2007), 1-36.
5. Sacchetti A., *Universal critical power for nonlinear Schrodinger equations with symmetric double well potential*, Phys. Rev. Lett. 103 (2009), 194101:1-4.