

• **Programma di Fisica Matematica (corso integrato: FM 1+ FM 2) 2010/11**
L. Tr. in Matematica **resp. corso: F. Cardin**
FM 1: F. Fassò, F. Cardin **FM 2: F. Cardin, M. Favretti**

FM 1:

Materiale didattico:

<http://www.math.unipd.it/~fasso/did/ODE/ODE.html>,

<http://www.math.unipd.it/~cardin/EquazioniDifferenziali.pdf>

- Richiami sulle ODE e sui metodi di risoluzione elementari.
- Introduzione all'analisi qualitativa: flusso, spazio delle fasi, orbite, ritratti in fase. ODE del II ordine come sistemi del I ordine. Esempi base di ritratti in fase.
- Equilibri. Linearizzazione attorno ad un equilibrio. Equilibri iperbolici ed ellittici.
- Ritratti in fase dei sistemi lineari nel piano reale. Sottospazi stabile, instabile e centrale.
- Insiemi invarianti ed integrali primi. Derivata di Lie. Riduzione dell'ordine per mezzo di un integrale primo. Ritratti in fase dell'equazione Newton 1-dimensionale. Esempi di biforcazioni.
- Cambi di coordinate e coniugazione di campi vettoriali. Il teorema di rettificazione locale. Riparametrizzazioni temporali.
- Equilibri attrattivi. Stabilità degli equilibri. Primo Metodo ("spettrale") di Liapunov. Secondo Metodo di Liapunov ("della funzione di L.") per la stabilità.
- Esempi di applicazioni di ODE a svariati ambiti.

FM 2:

Materiale didattico:

<http://www.math.unipd.it/~cardin>: Appunti per Fisica Matematica 2 ,

<http://www.math.unipd.it/~favretti/didattica.html>

- Spazi affini Inerziali, riferimenti. Tempo. Particelle: p.ti materiali, massa. Spazio delle Configurazioni, per n p.ti liberi: $\mathbb{R}^{3n}$; Spazio delle Fasi: per n p.ti liberi: $\mathbb{R}^{6n}$. Leggi di Forza.
- Vincoli: p.to di vista geometrico, olonomi $S \subset \mathbb{R}^{3n}$, $\dim S = N$; anolonomi $A \subset \mathbb{R}^{6n}$. Uso del teorema del Dini per la loro descrizione locale. Esempi concreti. Immersione vincolare: $\mathbb{R}^N \supseteq U \ni q \mapsto \check{O}P(q) \in \mathbb{R}^{3n}$. Spazio tangente $T_P S$: $\text{im } d\check{O}P$, oppure $\ker df$, se S è loc. descritta da $f^{-1}(0)$.
- Vincoli: p.to di vista dinamico, Reazioni Vincolari. Esempi: vincoli privi di attrito.
- Moti Dinamicamente Possibili. Equazioni di Galilei-Newton per i sistemi vincolati. Esempi. Triedro di Frenet, circolo osculatore, in dettaglio. Particella vincolata su guida senza attrito con forza attiva puramente posizionale: riduzione a $\ddot{s} = f(s)$, equadiff. studiata in FM 1.
- Determinazione, nel caso pr. di attrito, delle Reazioni Vincolari mediante il Teorema dei Moltiplicatori di Lagrange (teorema di omomorfismo tra sp. vett.).
- Sistemi di forze posizionali per n p.ti materiali: associata 1-forma differenziale 'lavoro' in $\mathbb{R}^{3n}$; se esatta: $\delta L^F = -dU$, $U(P_1, \dots, P_n)$ ne è l'energia potenziale (prim. cambiata di segno). Esempi vari. Teorema: la restrizione di un sistema di forze conservativo è conservativa (cioè, pull-back commuta col differenziale).
- Moti rigidi, velocità angolare, Formula Fondamentale dei Moti Rigidi. Teorema di Mozzi. Cinematica Relativa. Teoremi di Galilei e Coriolis.

- Definizione di ‘Equilibrio Meccanico’ e sua rilettura in termini ODE (cf. FM 1). Stabilità di Equilibri Meccanici, ancora, relazioni in termini ODE (cf. FM 1).
- Definizione della classe dei Vincoli Ideali (o Lisci). Principio-Teorema di D’Alembert. Principio-Teorema dei Lavori Virtuali.
- Teorema delle Forze Vive. Teorema generale di Conservazione dell’Energia. Stabilità: Teorema di Lagrange-Dirichlet (è un’applicazione del secondo metodo di Liapunov –cf. FM 1, ove la funz. di L. è l’Energia Totale). Teorema dell’Hessiano non-degenere. Stabilità giroscopica e sua fragilità con l’introduzione di eventuali viscosità.
- Equazioni di Lagrange. Forma normale delle E. di Lagrange.
- Piccole Oscillazioni dei sistemi Lagrangiani attorno ad equilibri stabili: applicazione del problema della linearizzazione -cf. FM 1.
- Integrali primi delle Equazioni di Lagrange: di ciclicità, e di indipendenza dal tempo: int. di Jacobi.
- Invarianza geometrica, ‘in forma’, delle Equazioni di Lagrange per cambi di coordinate locali (invarianza rispetto al gruppo di diffeomorfismi locali).
- Geometria e dinamica del Corpo Rigido: Spazio delle Configurazioni del C.R. libero: $\mathbb{R}^3 \times SO(3)$, Equazioni Cardinali, Operatore d’Inerzia, Equazioni di Euler, rotazioni uniformi del C. R. scarico, discussione della loro stabilità. Descrizione alla Poinsot. Precessioni.
- (*fine parte relativa di FM 2 al vecchio ordinamento*)
- Principio Variazionale di Hamilton. Relazioni tra i moti spontanei su varietà lisce $L = T$ e geodetiche $L = \sqrt{T}$. Geodetiche su superfici di rivoluzione: teorema di Clairaut. Brachistocrona.
- Teorema di Routh.
- Simmetrie: teorema di Noether.
- Problema dei Due Corpi Newtoniani: Moti piani, moti centrali, velocità areolare. Formule di Binet. Le leggi (fenomenologiche) di Kepler e quanto si può trarre da esse. Legge di Newton, massa ridotta, coniche. Cenno ai Tre Corpi: soluzioni esatte equilatera di Lagrange.
- Cenno sulle strutture ‘tangente’ e ‘cotangente’ ad una varietà vincolare S : TS e T^*S . Trasformazione di Legendre tra TS e T^*S , suo significato di ‘coniugazione’ delle equ. di Lagrange con le equazioni di Hamilton.
- Principio Variazionale di Hamilton-Helmholtz.
- Trasformazioni Canoniche. Enunciato del teorema di caratterizzazione: $JEJ^T = cE$. Saper dimostrare che i flussi di sistemi Hamiltoniani sono tr. canoniche 1-valenti. Diffeomorfismi soddisfacenti alla condizione di Lie sono tr. canoniche; funzioni generatrici di tipo F_1 e F_2 . Enunciato del teorema che afferma che la condizione di Lie è condizione n. & s. caratterizzante le tr. canoniche.
- Parentesi di Lie, parentesi di Poisson, anti-morfismo d’algebra, sotto-algebra degli integrali primi, teorema di Noether Hamiltoniano. Caratterizzazione delle tr. canoniche con le parentesi di Poisson.
- Metodo di integrazione di Hamilton-Jacobi: caso 1-dim, caso separabile, caso di tutte le var. cicliche tranne una. Cenno sul problema delle perturbazioni.