

QUESITI DI AUTOVALUTAZIONE

Teoria

0. Enunciato e dimostrazione del teorema di Lagrange-Dirichlet
1. deduzione delle equazioni di Lagrange
2. invarianza in forma delle equazioni di Lagrange (difficile)
3. spiegare il metodo di Routh
4. Teorema di Noether
5. Principio di Hamilton
6. studio qualitativo dell'equazione di Eulero con integrali primi
7. Teorema di Poincaré
8. Principio variazionale di Hamilton-Helmholtz
9. Definizione di trasformazione canonica. Condizione sufficiente di canonicità per trasformazioni indipendenti dal tempo
- 10 Parentesi di Poisson, definizione e proprietà, legame con le trasformazioni canoniche
- 11 Condizione di Lie per la canonicità

Esercizi

1. Scrivere la Lagrangiana del moto nel sistema rotante di un punto vincolato nel piano orizzontale Oxy di un riferimento $Oxyz$ rotante con velocità angolare costante ω diretta come l'asse z (usare il potenziale generalizzato per la forza di Coriolis). Scrivere l'Hamiltoniana corrispondente. Si supponga che agisca anche una forza viscosa $F = -kv$, ove v è la velocità nel sistema rotante. Scrivere le componenti lagrangiane di F , determinare la configurazioni di equilibrio relativo. Quali integrali primi sussistono nel caso $k = 0$ nel moto relativo?
2. Si consideri il moto di un punto vincolato a muoversi sulla superficie di una sfera di raggio R centrata nell'origine e soggetta a gravità diretta come l'asse x . Scrivere la lagrangiana del sistema nelle coordinate latitudine (rispetto all'asse z) e longitudine (rispetto al piano zx), calcolare gli equilibri e le piccole oscillazioni attorno ad una configurazione di equilibrio stabile
3. Scrivere l'equazione di Eulero del moto di un corpo rigido omogeneo sferico avente il baricentro G come punto fisso e soggetto ad un momento esterno $N_G = -k\omega$, $k > 0$.
4. studiare il moto di un disco di raggio r e massa m che rotola senza strisciare lungo un piano inclinato di pendenza α soggetto a gravità