

1

Scritto di Fisica Matematica - prima parte -
Corso di Laurea Triennale in Matematica - 11 gennaio 2011
sottolineare: [vecchio ordinamento 509] [nuovo ordinamento 270]

Avvertenza: Questo testo va riconsegnato, con cognome e nome sopra scritto, assieme al foglio (protocollo a 4 facciate) su cui è svolto il compito, anch'esso con cognome e nome e con il numero **1** messo in evidenza.

1. Enunciare un teorema sulla dipendenza differenziabile delle soluzioni di un'equazione differenziale dai parametri, e dimostrarlo.

2. Si consideri l'equazione differenziale

$$\ddot{x} = -x^3 + x - 2h\dot{x}$$

ove h è un parametro positivo.

- a. Determinarne gli equilibri.
- b. Usare una funzione di Liapunov (suggerimento: l'energia dell'equazione per $h = 0$) per studiare la stabilità dell'equilibrio $(1, 0)$, al variare del parametro $h > 0$.
- c. Linearizzare il sistema attorno all'equilibrio $(1, 0)$ ed usare il metodo spettrale di Liapunov per studiarne la stabilità, al variare di $h > 0$.
- d. Linearizzare il sistema attorno all'equilibrio $(0, 0)$ e stabilire la natura di tale equilibrio nell'approssimazione lineare.
- e. Tracciare il ritratto in fase dell'equazione per $h = 0$.
- f. Si saprebbe congetturare, molto qualitativamente, il ritratto in fase dell'equazione per $h > 0$? [Fare una congettura, non giustificare la risposta, non perdersi tempo].