

# 1

Scritto di Fisica Matematica - prima parte -  
Corso di Laurea Triennale in Matematica - 11 gennaio 2011  
sottolineare: [vecchio ordinamento 509] [nuovo ordinamento 270]

**Avvertenza: Questo testo va riconsegnato, con cognome e nome sopra scritto, assieme al foglio (protocollo a 4 facciate) su cui è svolto il compito, anch'esso con cognome e nome e con il numero 1 messo in evidenza.**

**1.** Enunciare un teorema sulla dipendenza differenziabile delle soluzioni di un'equazione differenziale dai parametri, e dimostrarlo.

**2.** Si consideri l'equazione differenziale

$$\ddot{x} = -x^3 + x - 2h\dot{x}$$

ove  $h$  è un parametro positivo.

- a. Determinarne gli equilibri.
- b. Usare una funzione di Liapunov (suggerimento: l'energia dell'equazione per  $h = 0$ ) per studiare la stabilità dell'equilibrio  $(1, 0)$ , al variare del parametro  $h > 0$ .
- c. Linearizzare il sistema attorno all'equilibrio  $(1, 0)$  ed usare il metodo spettrale di Liapunov per studiarne la stabilità, al variare di  $h > 0$ .
- d. Linearizzare il sistema attorno all'equilibrio  $(0, 0)$  e stabilire la natura di tale equilibrio nell'approssimazione lineare.
- e. Tracciare il ritratto in fase dell'equazione per  $h = 0$ .
- f. Si saprebbe congetturare, molto qualitativamente, il ritratto in fase dell'equazione per  $h > 0$ ? [Fare una congettura, non giustificare la risposta, non perderci tempo].