

# STIMA

Come si usano i campioni di una distribuzione dati per stimare un parametro della distribuzione, per esempio la media?

Definizione Uno stimatore è una statistica il

cui valore dipende dal particolare campione estratto. Il valore dello stimatore, la stima, viene usato per predire il valore di un parametro della popolazione.

Stimatori  puntuali (stima il valore del parametro)  
intervallari (stima un intervallo nel quale cade il parametro)

## Stimatore puntuale della media $\mu$

$X_1, \dots, X_n$  campione di media  $\mu$  sconosciuta,

$\bar{X}$  è un naturale stimatore di  $\mu$ .

•  $E[\bar{X}] = \mu$        $\bar{X}$  è uno stimatore corretto di  $\mu$

•  $DS[\bar{X}] = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Dato che una v.z. ha probabilità bassa di discostarsi dalla media per più di 2 deviazioni standard (se  $X$  normale,  $p = 0,05$  e quindi possiamo ritenere vero per  $n \geq 30$ ), possiamo ritenere fondata l'ipotesi che la media camp.  $\bar{X}$  non si discosti da  $\mu$  per più di 2 s.d.

Es: il livello di potassio nel sangue misurato su 4 pazienti  
è 3.6, 3.9, 3.4, 3.5, e supponiamo di conoscere  
 $\sigma = 0.3$ . Allora

$$\bar{X} = \frac{3.6 + 3.9 + 3.4 + 3.5}{4} = 3.6 \quad \text{stima di } \mu$$

mentre l'errore della stima, pari alla  $DS(\bar{X})$  è

$$\text{pari a } \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.3}{2} = 0.15.$$

Possiamo quindi supporre che

$$\mu \in [3.6 - 2 \times 0.15, 3.6 + 2 \times 0.15] = [3.3, 3.9]$$

ES: Il LASER di un lettore di CD ha vita media ignota  $\mu$ . Se ne scegliamo 40 casus e la somma dei loro tempi di funzionamento è 6624 ore, qual è la STIMA di  $\mu$ ?

$$\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_{40}}{40} \text{ stima } \mu \Rightarrow \bar{X} = \frac{6624}{40} = \boxed{165.6 \text{ ore}}$$

ES: Presi a caso 100 nuclei familiari, osserviamo le seguenti frequenze relative,

Stimare la dimensione media delle famiglie!

$n=100$   $X_1=1, \dots, X_{11}=1, X_{12}=2, \dots, X_{30}=2, X_{31}=3, \dots$   
 $\dots, X_{96}=6, \dots, X_{99}=6, X_{100}=7$

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{100} X_i}{100} = \frac{1 \cdot 11 + 2 \cdot 19 + \dots + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 1}{100} = \boxed{3.23}$$

| components | Frequenze |
|------------|-----------|
| 1          | 11        |
| 2          | 19        |
| 3          | 28        |
| 4          | 26        |
| 5          | 11        |
| 6          | 4         |
| 7          | 1         |

## Stima della Varianza

$X_1, \dots, X_n$  campione con varianza ignota  $\sigma^2$ .

Stimatore 
$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

Perché? Se conoscessimo  $\mu$ , allora essendo

$$\sigma^2 = \mathbb{E}[(X_i - \mu)^2] \quad (\text{per un qualsiasi } i \in \{1, \dots, n\})$$

potremmo stimarlo con  $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{n}$ . Non essendo

però  $\mu$  noto, lo rimpiazziamo con  $\bar{X}$ , il suo stimatore

e per far sì che lo stimatore di  $\sigma^2$  sia corretto

( $\mathbb{E}[S^2] = \sigma^2$ ) dobbiamo dividere per  $n-1$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

ES: 9 comp. elettronici hanno le seguenti dimensioni

1211, 1224, 1197, 1208, 1220, 1216, 1213, 1198, 1197

Quali sono le stime della varianza e della deviazione standard.

Sottraiamo a tutti i valori 1200 (il calcolo di  $S^2$  e  $S$  è uguale)

11, 24, -3, 8, 20, 16, 13, -2, -3

$$\bar{X} = \frac{1}{9} (11 + 24 - 3 + \dots - 2 - 3) = 9,3$$

$$S^2 = \frac{1}{8} \cdot \left[ (11 - 9,3)^2 + (24 - 9,3)^2 + (-3 - 9,3)^2 + \dots + (-2 - 9,3)^2 + (-3 - 9,3)^2 \right]$$

$$\approx 103 \quad \underline{\text{stima di } \sigma^2 \text{ ignota}}$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{103} \approx 10,15 \quad \underline{\text{stima di } \sigma \text{ (DS) ignota}}$$