

② Popolazione normale: test  $t$  dell'z media  
nel caso in cui  $\sigma$  non è noto,

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

Regione critica

$$C := \{x: |x - \mu_0| \geq c\}$$

Statistico Test:

$$T = \sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu_0}{S}$$

Rifacendo i passaggi di prima, con un livello di significatività  $\alpha$ ,

Rifiutiamo  $H_0$  se  $|T| \geq \underbrace{t_{n-1, \frac{\alpha}{2}}}$

Non rifiutiamo  $H_0$  altrimenti

$$\text{La p-value} = \mathbb{P}[|T_{n-1}| \geq |u|] = 2(1 - \mathbb{P}[T_{n-1} \leq u])$$

dove  $|u| = \left| \sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu_0}{s} \right|$  e  $T_{n-1}$  è una

t di Student a  $n-1$  gradi di libertà

Es: Il grado di acidità della pioggia in una data regione è stato misurato 12 volte quest'anno dando i seguenti valori:

6.1, 5.4, 4.8, 5.8, 6.6, 5.3, 6.1, 4.4, 3.9, 6.8, 6.5, 6.3

Se il valore storico dell'acidità è 5.2, possiamo ritenere che con un livello di significatività del 5%, quest'anno c'è stato un cambiamento?

---

$$H_0: \mu = 5.2$$

$$H_1: \mu \neq 5.2$$

$$\bar{X} = 5.667, \quad S = 0.921$$

$$T = \sqrt{12} \frac{5.667 - 5.2}{0.921} = 1.76 \quad \text{Essendo } t_{11, 0.025} = 2.20$$

$|T| < t_{11, 0.025} \Rightarrow$  l'ipotesi nulla NON viene rifiutata

Calcolando il p-value, otteniamo

$$p\text{-value} = 0.107$$

$\Rightarrow$  l'ipotesi nulla viene verificata  
anche a un livello di  
significatività del 10% ( $\alpha = 0.1$ )

③ Test unilaterale caso normale con varianza nota

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$

$$H_1: \mu > \mu_0$$

Vorremo rifiutare  $H_0$  solo quando  $\bar{X}$  sia  
considerevolmente più grande di  $\mu_0$ ,  
sceglieremo  $C := \{x: x > c\}$  per  $c$  "grande"

Quindi se rifiutiamo  $H_0$  quando  $\bar{X} \in C$ , lo faremo  
quando  $\bar{X} > c$ . Per determinare che errore  
commetteremo nel caso in cui  $H_0$  fosse stata vera,  
dobbiamo determinare  $\alpha = P[\bar{X} > c]$  se  $H_0$  è vera

un campione simile a  $\mu_0$

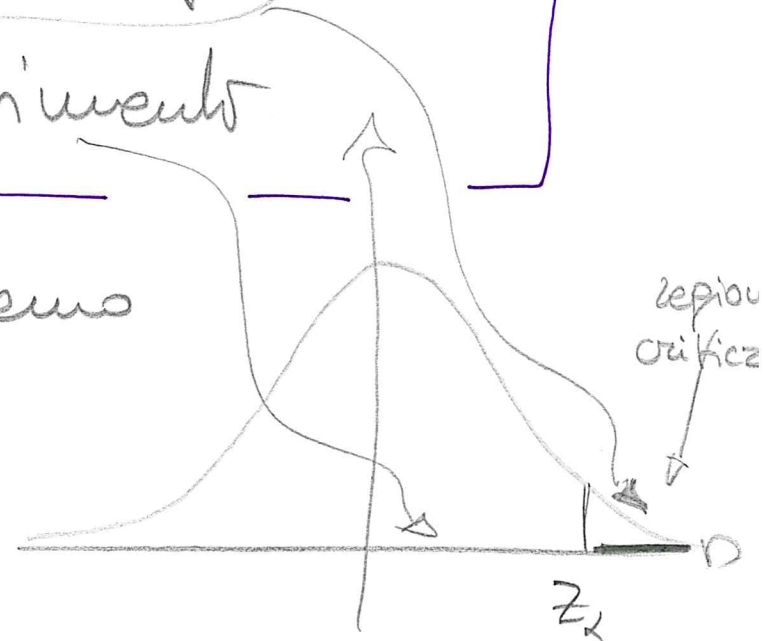
$$\begin{aligned}\alpha &= \mathbb{P}[\bar{X} \geq c] = \mathbb{P}\left[\frac{\sqrt{n}\bar{X} - \mu_0}{\sigma} > \frac{\sqrt{n}(c - \mu_0)}{\sigma}\right] \\ &= \mathbb{P}\left[Z > \frac{\sqrt{n}(c - \mu_0)}{\sigma}\right] \Leftrightarrow \boxed{\frac{\sqrt{n}(c - \mu_0)}{\sigma} = z_\alpha}\end{aligned}$$

Quindi, con livello di significatività  $\alpha$ ,

Rifiutiamo  $H_0$  se  $\boxed{\frac{\sqrt{n}\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \geq z_\alpha}$   
Non rifiutiamo  $H_0$  altrimenti

Detto  $W = \frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\bar{X} - \mu_0)$ , definiremo

$$p\text{-value} = \mathbb{P}[Z \geq W]$$



Nel caso simmetrico

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$



$$H_1: \mu < \mu_0$$

Rifiutiamo  $H_0$  se

$$\sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \leq -z_\alpha$$

Non rifiutiamo altrimenti

Esempio sigarette

Vengono analizzate 20 sigarette: supponi noto  $\sigma = 0.7$ ,  
quali conclusioni al 5% di livello di confidenza,  
possiamo trarre se  $\bar{X} = 1.42$  mg?

$$H_0: \mu \geq 1.5$$

$$H_1: \mu < 1.5$$

$$\sqrt{n} \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} = \sqrt{20} \frac{1.42 - 1.5}{0.7} \approx -0.511$$

$$\text{Il p-value} = P[Z \leq -0.511] = 0.305$$

$\Rightarrow$  essendo  $\alpha = 0.05$  minore del p-value,

Ac

I dati in nostro possesso non ci permettono di rifiutare l'ipotesi nulla.

In altre parole, anche se l'evidenza ( $\bar{x} = 1.42$ ) supporta l'affermazione dell'autore che il valore medio di nicotina  $\leq 1.5$ , questa evidenza non è abbastanza forte da "dimostrare" l'affermazione.