Foglio di domande numero 2

1. Siano v_1, v_2 vettori linearmente indipendenti di uno spazio vettoriale V. È vero che $v_1, \alpha v_2$ sono linearmente indipendenti per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$?

2. Sia A una matrice con 3 righe e 2 colonne. È vero che le righe di A sono sempre linearmente dipendenti?

3. Sia V uno spazio vettoriale di dimensione n e $v_1, \dots, v_n$ n vettori di V. È vero che $V = \langle v_1, \dots, v_n \rangle$?

4. Si consideri $B = \{(1,0,1), (1,0,-1), (0,1,1)\}$ base di $\mathbb{R}^3$. È vero che il vettore $(2,0,0)$ ha coordinate $(1,1,0)$ rispetto a tale base?

5. Si consideri V spazio vettoriale con base $B_V = \{v_1, v_2, v_3\}$. È vero che le coordinate di $av_1 - bv_2$ rispetto alla base B_V sono $(a,0,b)$?

6. Siano V_1 e V_2 sottospazi vettoriali dello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ con $\dim V_1 = 2$ e $\dim V_2 = 2$. È vero che la somma di V_1 e V_2 è sempre diretta?

7. Esistono applicazioni lineari iniettive L da $\mathbb{R}^2$ a $\mathbb{R}^3$ tali che l'immagine $\operatorname{Im} L$ sia contenuta nel sottospazio $\langle (1,0,0), (1,1,0) \rangle$?

8. Sia $L : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare e $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ una base di $\mathbb{R}^3$. È vero che $\{L(v_1), L(v_2), L(v_3)\}$ è base di $\mathbb{R}^3$?