

ESERCIZIO del giorno 8/05/2012

Esercizio 1

a) La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile?

Se si trovare $H \in GL_3(\mathbb{R})$ matrice invertibile e $D \in M_3(\mathbb{R})$ matrice diagonale tale che

$$H^{-1}AH = D.$$

b) Data B la matrice:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice A è simile alla matrice B ?

Esercizio 2

Si consideri la matrice

$$A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & a-1 \\ a & a & a-1 \\ 0 & 0 & 1-a \end{pmatrix}$$

a) Determinare tutti i valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ tali che la matrice A_a sia diagonalizzabile.

b) Per tutti i valori trovati al punto precedenti determinare una base di autovettori.

c) per $a = 1/2$ la matrice $A_{1/2}$ è simile alla matrice

$$B = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3 Determinare tutti gli endomorfismi $\phi \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ di \mathbb{R}^3 tali che:

$$\begin{aligned} \phi^2(1, 0, 0) &:= \phi \circ \phi(1, 0, 0) = (1, 0, 0) \\ \phi(0, 1, 0) &= (0, 1, 0) \\ \phi(1, 1, 1) &= (0, 0, 0) \end{aligned}$$

Quali fra questi sono diagonalizzabili?