

Foglio di esercizi numero 7

Corso di Matematica 2

Ingegneria Meccanica

Esercizio 1. In $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ determinare la retta per $P = (4, -3)$ parallela al vettore $v = (-1, 2)$.

Esercizio 2. Dati i punti $A = (k, -2k + 1)$, $B = (-1, 2)$, $C = (2, 3)$, determinare il valore di k per il quale i tre punti sono allineati.

[$k = -\frac{4}{7}$.]

Esercizio 3. Si consideri il piano affine. Determinare k in modo tale che la retta t di equazione $kx - 2y + 2k = 0$ appartenga al fascio individuato dalle rette $r : x + y - 1 = 0$ e $s : \begin{cases} x = -h - 1 \\ y = 2h + 2. \end{cases}$

Esercizio 4. In $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ siano r e r' le rette di equazioni rispettivamente $x + ky - 2 = 0$ e $(k - 2)x + y + 1 = 0$; determinare, se possibile, i valori di k per cui le due rette sono parallele e disgiunte e quelli per cui coincidono.

Esercizio 5. Siano r, s, t le rette in $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ di equazioni:

$$r : \begin{cases} y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 \\ z = 0 \end{cases} \quad t : \begin{cases} x = -\frac{2}{3}y + 1 \\ z = -1. \end{cases}$$

Studiare la posizione reciproca delle rette r, s, t e determinare, se esistono, le rette incidenti simultaneamente le suddette rette.

Esercizio 6. In $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$:

1. Determinare l'equazione del piano α passante per i punti $A = (1, 5, -2)$, $B = (3, 1, 6)$ e $C = (2, -4, 1)$.
2. Determinare le equazioni parametriche della retta r passante per i punti $P = (1, 2, 0)$ e $Q = (-1, 1, 1)$.
3. Determinare $\alpha \cap r$.
4. Determinare il piano passante per il punto $S = (1, 1, 2)$ e parallelo al piano α .

Esercizio 7. Nel piano π di equazione $x - y + z = 0$ siano fissati i punti $P = (0, 1, 1)$ e $Q = (1, 1, 0)$. Si determinino le equazioni cartesiane della retta r , parallela alla retta passante per P e Q , e contenente il punto $R = (1, -1, 1)$.

Esercizio 8. Verificare se sono complanari i punti $P = (1, 2, 1)$, $Q = (2, 1, 0)$, $R = (-1, 0, -1)$ e $S = (0, 0, -1)$ e, in caso affermativo, determinare l'equazione del piano che li contiene.

Esercizio 9. Sia π il piano di equazione $x + y + z = 0$ e siano r ed s le rette di equazioni:

$$r : \begin{cases} y = 0 \\ x - z = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 0 \\ 2y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

Determinare il piano π' contenente r e parallelo ad s ed il piano π'' contenente s e parallelo ad r . Determinare infine la retta t di π incidente r ed s .

Esercizio 10.

1. Verificare se sono sghembe le rette

$$r : \begin{cases} 3x + y - 2z - 2 = 0 \\ x - 3y + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{ed} \quad s : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = t. \end{cases}$$

2. Determinare, se possibile, una retta parallela alla retta t di equazioni:

$$\begin{cases} x - 5 = 0 \\ y - z - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{ed incidente le rette } r \text{ ed } s.$$

Esercizio 11. Determinare le equazioni cartesiane della retta r passante per il punto $P = (2, 0, -1)$ e parallela ai piani $\pi : x + y - 3z + 2 = 0$ e $\pi' : x + 2z - 1 = 0$. Determinare inoltre le coordinate del punto P' proiezione ortogonale di P sul piano π .

$$[r : \begin{cases} y - 5z - 5 = 0 \\ x + 2z = 0. \end{cases}, P' = (\frac{15}{11}, -\frac{7}{11}, \frac{10}{11}).]$$

Esercizio 12. Determinare la distanza tra il piano π di equazione $3x + y - z = 0$ ed il piano π' di equazione $3x + y - z + 4 = 0$.

Esercizio 13. Si considerino le rette $r : \begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases}$ ed

$$s : \begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ 2x - 3y + 2 = 0. \end{cases}$$

1. Stabilire la posizione reciproca delle rette r ed s ;
2. determinare i punti di minima distanza tra r ed s ;

3. calcolare la distanza tra le rette r ed s .

Esercizio 14. Nello spazio euclideo determinare la distanza del punto $P = (3, -1, 2)$ dalla retta $r : \begin{cases} 2x + y - z + 1 = 0 \\ x - y + 2z = 0. \end{cases}$

Esercizio 15. Nel piano euclideo scrivere l'equazione della retta s per $P = (2, 1)$ parallela alla retta r di equazione $2x - y - 1 = 0$. Scrivere inoltre l'equazione della retta t per il punto P e perpendicolare alla retta r .

Esercizio 16. Siano π e π' due piani dello spazio euclideo di equazioni rispettivamente $x - y + z - 1 = 0$ e $2x - y + 2z = 0$ e sia P il punto di coordinate $(1, 2, 1)$. Determinare le equazioni della retta r per P parallela a π e π' e la distanza di P da π' .

Esercizio 17. Nello spazio euclideo determinare la retta t passante per l'origine e perpendicolare alle rette $r : \begin{cases} 4x - 2y + z = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ ed

$$s : \begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ x + y - 2 = 0. \end{cases}$$