

## Foglio di esercizi numero 7

Corso di Matematica 2

Ingegneria Meccanica

**Esercizio 1.** In  $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$  determinare la retta per  $P = (4, -3)$  parallela al vettore  $v = (-1, 2)$ .

**Esercizio 2.** Dati i punti  $A = (k, -2k + 1)$ ,  $B = (-1, 2)$ ,  $C = (2, 3)$ , determinare il valore di  $k$  per il quale i tre punti sono allineati.  
[ $k = -\frac{4}{7}$ .]

**Esercizio 3.** Si consideri il piano affine. Determinare  $k$  in modo tale che la retta  $t$  di equazione  $kx - 2y + 2k = 0$  appartenga al fascio individuato dalle rette  $r : x + y - 1 = 0$  e  $s : \begin{cases} x = -h - 1 \\ y = 2h + 2. \end{cases}$

**Esercizio 4.** In  $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$  siano  $r$  e  $r'$  le rette di equazioni rispettivamente  $x + ky - 2 = 0$  e  $(k - 2)x + y + 1 = 0$ ; determinare, se possibile, i valori di  $k$  per cui le due rette sono parallele e disgiunte e quelli per cui coincidono.

**Esercizio 5.** Siano  $r, s, t$  le rette in  $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$  di equazioni:

$$r : \begin{cases} y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 \\ z = 0 \end{cases} \quad t : \begin{cases} x = -\frac{2}{3}y + 1 \\ z = -1. \end{cases}$$

Studiare la posizione reciproca delle rette  $r, s, t$  e determinare, se esistono, le rette incidenti simultaneamente le suddette rette.

**Esercizio 6.** In  $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ :

1. Determinare l'equazione del piano  $\alpha$  passante per i punti  $A = (1, 5, -2)$ ,  $B = (3, 1, 6)$  e  $C = (2, -4, 1)$ .
2. Determinare le equazioni parametriche della retta  $r$  passante per i punti  $P = (1, 2, 0)$  e  $Q = (-1, 1, 1)$ .
3. Determinare  $\alpha \cap r$ .
4. Determinare il piano passante per il punto  $S = (1, 1, 2)$  e parallelo al piano  $\alpha$ .

**Esercizio 7.** Nel piano  $\pi$  di equazione  $x - y + z = 0$  siano fissati i punti  $P = (0, 1, 1)$  e  $Q = (1, 1, 0)$ . Si determinino le equazioni cartesiane della retta  $r$ , parallela alla retta passante per  $P$  e  $Q$ , e contenente il punto  $R = (1, -1, 1)$ .

**Esercizio 8.** Verificare se sono complanari i punti  $P = (1, 2, 1)$ ,  $Q = (2, 1, 0)$ ,  $R = (-1, 0, -1)$  e  $S = (0, 0, -1)$  e, in caso affermativo, determinare l'equazione del piano che li contiene.

**Esercizio 9.** Sia  $\pi$  il piano di equazione  $x + y + z = 0$  e siano  $r$  ed  $s$  le rette di equazioni:

$$r : \begin{cases} y = 0 \\ x - z = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 0 \\ 2y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

Determinare il piano  $\pi'$  contenente  $r$  e parallelo ad  $s$  ed il piano  $\pi''$  contenente  $s$  e parallelo ad  $r$ . Determinare infine la retta  $t$  di  $\pi$  incidente  $r$  ed  $s$ .

**Esercizio 10.**

1. Verificare se sono sghembe le rette

$$r : \begin{cases} 3x + y - 2z - 2 = 0 \\ x - 3y + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{ed} \quad s : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = t. \end{cases}$$

2. Determinare, se possibile, una retta parallela alla retta  $t$  di equazioni:
 
$$\begin{cases} x - 5 = 0 \\ y - z - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{ed incidente le rette } r \text{ ed } s.$$

**Esercizio 11.** Determinare le equazioni cartesiane della retta  $r$  passante per il punto  $P = (2, 0, -1)$  e parallela ai piani  $\pi : x + y - 3z + 2 = 0$  e  $\pi' : x + 2z - 1 = 0$ . Determinare inoltre le coordinate del punto  $P'$  proiezione ortogonale di  $P$  sul piano  $\pi$ .

$$[r : \begin{cases} y - 5z - 5 = 0 \\ x + 2z = 0. \end{cases}, P' = (\frac{15}{11}, -\frac{7}{11}, \frac{10}{11}).]$$

**Esercizio 12.** Determinare la distanza tra il piano  $\pi$  di equazione  $3x + y - z = 0$  ed il piano  $\pi'$  di equazione  $3x + y - z + 4 = 0$ .

**Esercizio 13.** Si considerino le rette  $r : \begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases}$  ed

$$s : \begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ 2x - 3y + 2 = 0. \end{cases}$$

1. Stabilire la posizione reciproca delle rette  $r$  ed  $s$ ;
2. determinare i punti di minima distanza tra  $r$  ed  $s$ ;

3. calcolare la distanza tra le rette  $r$  ed  $s$ .

**Esercizio 14.** Nello spazio euclideo determinare la distanza del punto  $P = (3, -1, 2)$  dalla retta  $r : \begin{cases} 2x + y - z + 1 = 0 \\ x - y + 2z = 0. \end{cases}$

**Esercizio 15.** Nel piano euclideo scrivere l'equazione della retta  $s$  per  $P = (2, 1)$  parallela alla retta  $r$  di equazione  $2x - y - 1 = 0$ . Scrivere inoltre l'equazione della retta  $t$  per il punto  $P$  e perpendicolare alla retta  $r$ .

**Esercizio 16.** Siano  $\pi$  e  $\pi'$  due piani dello spazio euclideo di equazioni rispettivamente  $x - y + z - 1 = 0$  e  $2x - y + 2z = 0$  e sia  $P$  il punto di coordinate  $(1, 2, 1)$ . Determinare le equazioni della retta  $r$  per  $P$  parallela a  $\pi$  e  $\pi'$  e la distanza di  $P$  da  $\pi'$ .

**Esercizio 17.** Nello spazio euclideo determinare la retta  $t$  passante per l'origine e perpendicolare alle rette  $r : \begin{cases} 4x - 2y + z = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$  ed

$$s : \begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ x + y - 2 = 0. \end{cases}$$