

Anno accademico 2013-2014, primo semestre

## Analisi stocastica

**Contatto.** Markus Fischer, stanza 539 (Torre Archimede)

Telefono: +39.049.827.1472

Internet: <http://www.math.unipd.it/~fischer/>

E-Mail: [fischer@math.unipd.it](mailto:fischer@math.unipd.it)

**Obiettivi del corso** (dal bollettino). Introduzione ai processi stocastici a tempo continuo, con particolare enfasi sul moto browniano e sulle sue applicazioni (calcolo stocastico ed equazioni differenziali stocastiche).

**Prerequisiti.** Teoria della probabilità, teoria della misura, analisi. Conoscenza di processi stocastici a tempo discreto di aiuto.

### **Programma:**

#### 0. Preparativi

- 0.1 Motivazioni
- 0.2 Processi stocastici e filtrazioni
- 0.3 Nozioni di convergenza
- 0.4 Leggi normali e famiglie gaussiane
- 0.5 Speranza condizionale

#### 1. Moto browniano

- 1.1 Costruzione di Lévy-Ciesielski
- 1.2 Proprietà di base
- 1.3 Struttura delle traiettorie
- 1.4 Tempi d'arresto e teorema d'arresto
- 1.5 Spazio canonico e principio di invarianza
- 1.6 Moto browniano multidimensionale

2. Martingale
  - 2.1 Martingale (sub- e super-)
  - 2.2 Arresto e stime sul massimo
  - 2.3 Convergenza
  - 2.4 Compensazione e variazione quadratica
3. Integrale stocastico
  - 3.1 Costruzione per processi semplici
  - 3.2 Estensione a processi adattati di quadrato integrabili
  - 3.3 L'integrale stocastico come processo
  - 3.4 Localizzazione
4. Calcolo di Itô
  - 4.1 Formula di Itô e processi di Itô
  - 4.2 Prime applicazioni
  - 4.3 Teorema di Girsanov
  - 4.4 Rappresentazione per martingale
5. Equazioni differenziali stocastiche
  - 5.1 Esistenza ed unicità
  - 5.2 Esempi in dimensione uno
  - 5.3 Proprietà di Markov e diffusioni
  - 5.4 Formula di Feynman-Kac

**Letteratura.**

Le fonti principali per il corso sono il Baldi [2000] e le dispense di Caravenna [2011]. Un testo di riferimento, piuttosto tecnico ma molto utile, è Karatzas and Shreve [1991]. Potrà essere utile, soprattutto per richiami di calcolo delle probabilità, il libro di Klenke [2008]. Qualche esempio e risultato sarà tratto da Øksendal [1998] e Rogers and Williams [2000a,b].

## Riferimenti bibliografici

- P. Baldi. *Equazioni differenziali stocastiche e applicazioni*. Pitagora Editrice, Bologna, 2000.
- F. Caravenna. *Moto browniano e analisi stocastica*. 2011. URL <http://www.matapp.unimib.it/~fcaraven/>. Dispense rielaborate, versione 3.3.
- I. Karatzas and S. E. Shreve. *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, volume 113 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer, New York, 2nd edition, 1991.
- A. Klenke. *Probability Theory. A Comprehensive Course*. Springer, London, 2008.
- B. Øksendal. *Stochastic Differential Equations. An Introduction with Applications*. Springer, Berlin, 5th edition, 1998.
- L. C. G. Rogers and D. Williams. *Diffusions, Markov Processes and Martingales. Volume 1: Foundations*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000a.
- L. C. G. Rogers and D. Williams. *Diffusions, Markov Processes and Martingales. Volume 2: Itô Calculus*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000b.