

Esercizio 98 Scrivere la Hamiltoniana H associata alla Lagrangiana

$$L = \frac{1}{2}mR^2 \left(\dot{\vartheta}^2 s^2 + \frac{1+s^4}{s^4} \dot{s}^2 \right) + mg \frac{R}{s}$$

e determinare una funzione $J \neq H$ tale che $\{H, J\} = 0$.

SVOLGIMENTO

Si ha che $p_s = mR^2 \frac{1+s^4}{s^4} \dot{s}$, mentre $p_{\vartheta} = mR^2 s^2 \dot{\vartheta}$, quindi

$$H = \frac{1}{2mR^2} \left(\frac{p_{\vartheta}^2}{s^2} + \frac{s^4}{1+s^4} p_s^2 \right) - mg \frac{R}{s}$$

La funzione $J = p_{\vartheta}$ soddisfa alla equazione $\{J, H\} = 0$. □