ESAME SUPERFICI DI RIEMANN - QUATTRO APPELLO A. A. 2016/17

REMKE KLOOSTERMAN

(1) Sia $\mathbb{T} = \mathbb{C}/(\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}i)$. Sia $N \geq 2$ un intero. Si determinino tutti i punti con ordine un divisore di N. Sia $\mathbb{T}[N]$ il sottogruppo dei punti di ordine un divisore di N. Si determini il numero minimale di generatori di $\mathbb{T}[N]$.

(2) Siano C, C' superfici di Riemann compatte, con $g(C) > 1$. Sia $\varphi : C \to C'$ un rivestimento di grado $d \geq 2$, tali che la controimmagine di ogni punto di C' è composta da d punti, oppure da un punto solo. Si dimostri che $d \leq 2g(C) + 1$.

(3) Sia $C_0 \subset \mathbb{C}^2$ la curva definita da $y^2 = x^{2k+2} + x + 4$.
   (a) Si trovi una altra curve $C_1 \subset \mathbb{C}^2$, aperti $U_i \subset C_i$ e un mappa biolomorfa $\varphi : U_0 \to U_1$ tali che la curva ottenuta incollando C_0 e C_1 lungo φ sia una superficie di Riemann compatta C.
   (b) Consideriamo $\omega = \frac{dx}{y}$ come differenziale su C. Si determini $\mathrm{kdiv}(\omega)$.
   (c) Si determini $g(C)$.

Date: 21 settembre 2017.