



# Ricerca Operativa

## A.A. 2007/2008

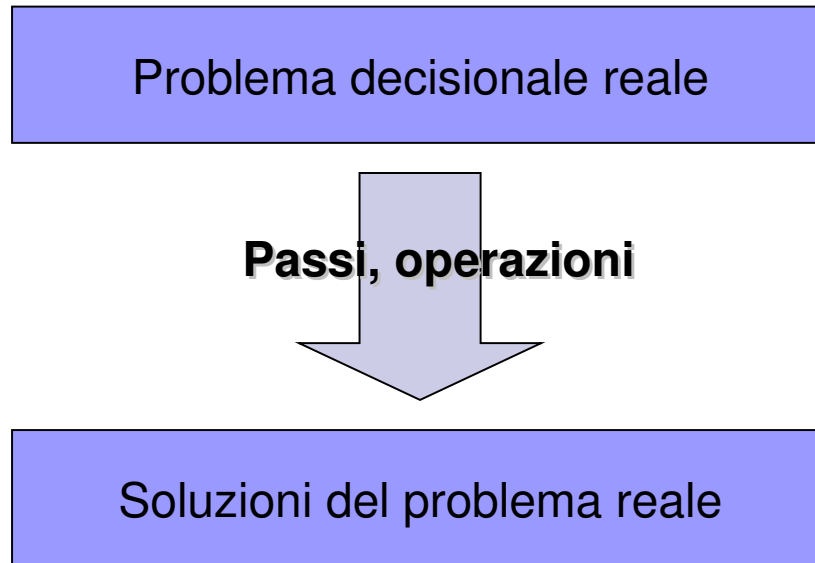
### 1. Introduzione

# Docente

- Luigi De Giovanni
- Dipartimento di Matematica Pura e Applicata (Torre Archimede) – uff. 419
- Tel. 049 827 1349
- email: [luigi@math.unipd.it](mailto:luigi@math.unipd.it)
- [www.math.unipd.it/~luigi](http://www.math.unipd.it/~luigi)
  
- Ricevimento: Martedì, h 15.30 – 17.30 (su appuntamento via e-mail)

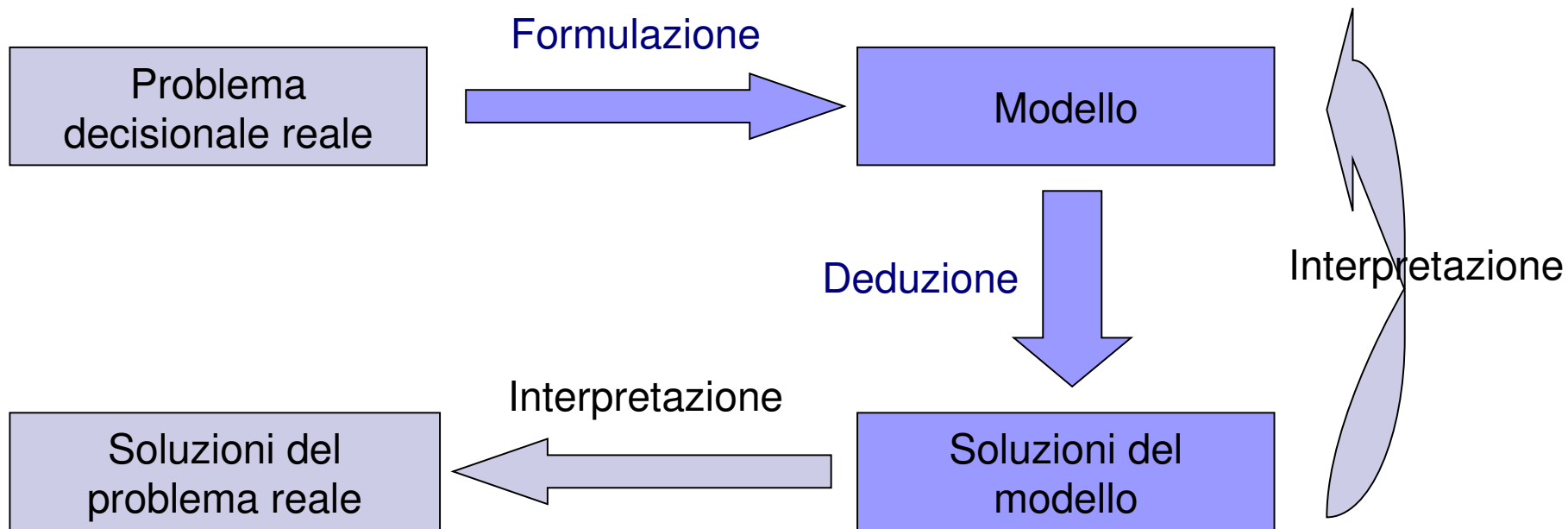
# Cosa è la Ricerca Operativa?

- Supporto ai processi decisionali in sistemi complessi



**Ricerca delle  
operazioni con  
metodo scientifico**

# Il metodo della Ricerca Operativa



- **Formulazione:** modelli matematici, modelli di simulazione, modelli di teoria dei giochi etc.
- **Deduzione:** metodi quantitativi, algoritmi efficienti

# Problemi di ottimizzazione

- Determinare la migliore configurazione di sistemi complessi sotto condizioni di utilizzo di risorse scarse
  - Pianificazione della produzione
  - Determinazione dei turni del personale
  - Determinazione di percorsi ottimali
  - Organizzazione dei flussi di dati in una rete di telecomunicazione
  - etc. etc. etc.

# Esempio

Un coltivatore ha a disposizione 12 ettari di terreno da coltivare a lattuga o a patate. Le risorse a sua disposizione, oltre al terreno, sono: 70 kg di semi di lattuga, 18 t di tuberi, 160 t di concime. Supponendo che il mercato sia in grado di assorbire tutta la produzione e che i prezzi siano stabili, la resa stimata per la coltivazione di lattuga è di 3000 €/ettaro e quella delle patate è di 5000 €/ettaro. L'assorbimento delle risorse per ogni tipo di coltivazione è di 7 kg di semi e 10 t di concime per ettaro di lattuga, e 3 t di tuberi e 20 di concime per le patate. Stabilire quanto terreno destinare a lattuga e quanto a patate in modo da massimizzare la resa economica e sfruttando al meglio le risorse disponibili.

# Gli scopi della Ricerca Operativa

- “Semplice” generare soluzioni ammissibili
- “Semplice” proporre soluzioni “ragionevoli”

Ma...

- Come **certificare** che una soluzione proposta è la migliore in assoluto (ottima)?
- Come valutare il **valore intrinseco** delle risorse (un ettaro di terreno)
- Come valutare la **stabilità** della soluzione proposta in funzione di variazioni dei dati (rendite della produzione, risorse disponibili etc.)?

Uso di strumenti matematici e algoritmici: Ricerca Operativa!

# Costruzione del modello

- Cosa bisogna decidere?  
⇒ **variabili decisionali**
- Quale è l'obiettivo?  
⇒ **funzione obiettivo**
- Come sono caratterizzate le soluzioni ammissibili?  
⇒ **vincoli del problema**
- **Modelli matematici**: funzione obiettivo e vincoli sono espressi come relazioni matematiche tra le variabili decisionali



# Modello matematico

- Variabili decisionali:

$x_L, x_P$ : quantità in ettari da destinare a lattuga e a patate

- Funzione obiettivo:

$$\max 3000 x_L + 5000 x_P$$

- Sistema dei vincoli:

$$x_L + x_P \leq 12 \quad (\text{ettari disponibili})$$

$$7 x_L \leq 70 \quad (\text{semi disponibili})$$

$$3 x_P \leq 18 \quad (\text{tuberi disponibili})$$

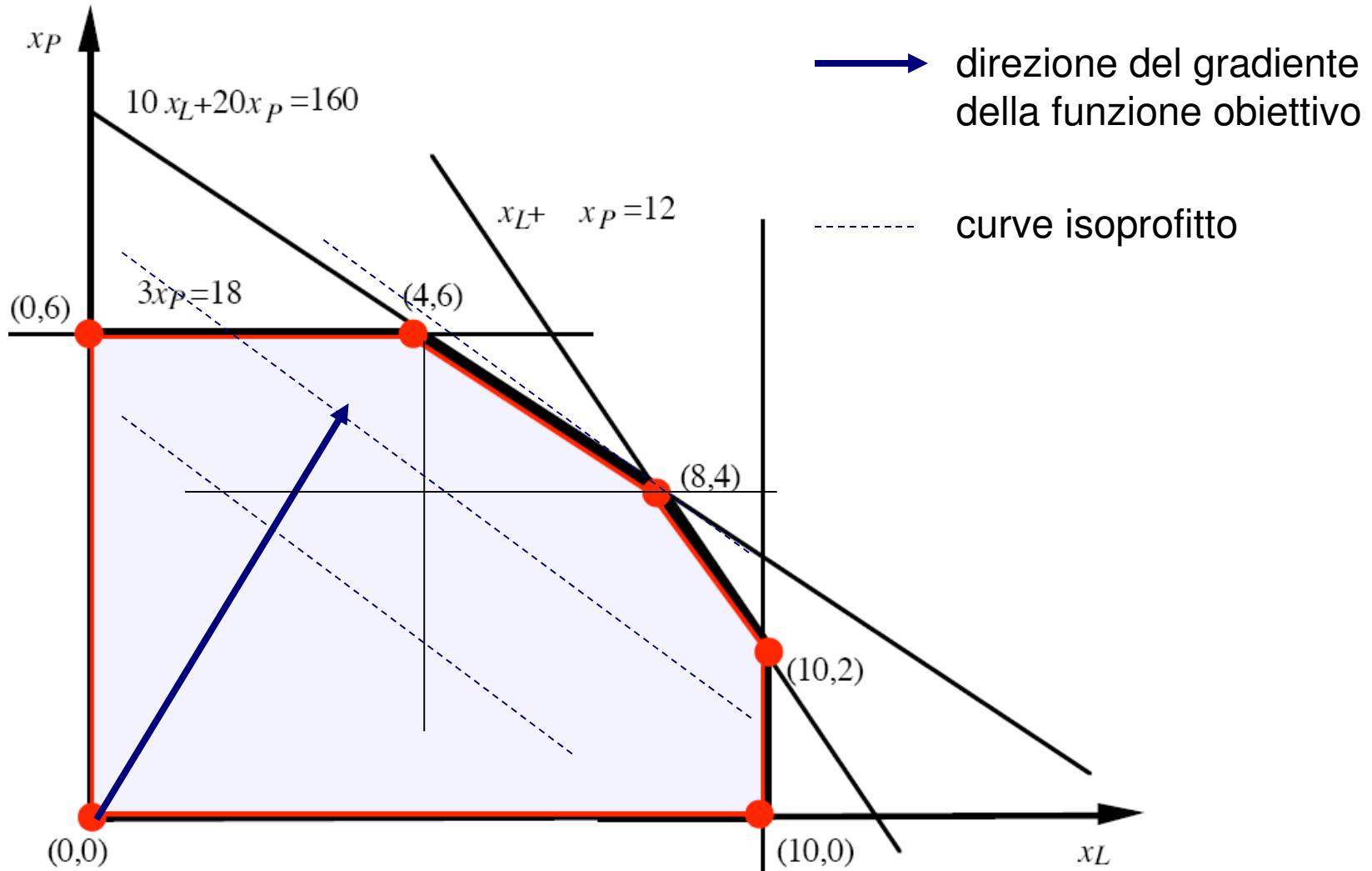
$$10 x_L + 20 x_P \leq 160 \quad (\text{concime disponibile})$$

$$x_L \geq 0, x_P \geq 0 \quad (\text{dominio})$$

# Soluzione

- Soluzione empirica con foglio elettronico
- Facile ottenere soluzioni ammissibili...
- ...ma abbiamo ottenuto la soluzione ottima?

# Soluzione: metodo grafico



# Modelli di programmazione lineare

- Il metodo grafico è basato su
  - ⇒ linearità della funzione obiettivo
  - ⇒ linearità dei vincoli
- Sotto queste ipotesi (come vedremo meglio in seguito), una soluzione si trova su un vertice della regione ammissibile: l'ultimo toccato traslando le rette isoprofitto nella direzione del gradiente
- Si parla in questi casi di modelli di programmazione lineare (PL)

# Soluzione: sw di ottimizzazione

- Risolutore di Excel
- Software di ottimizzazione
  - Linguaggi di modellazione matematica (AMPL, Mosel, OPL, Lingo, GAMS etc.)
  - Motori di ottimizzazione (Cplex, Xpress, GPLK, LPsolve etc.)
- Importante disporre di un buon modello matematico: considereremo modelli di programmazione lineare (PL)

# Programma del corso

1. **Problemi di ottimizzazione e modelli. Utilizzo di pacchetti software.**
2. **Programmazione lineare:**
  - teoria e metodo del simplesso;
  - teoria della dualità e applicazioni;
  - simplesso primale-duale.
3. **Ottimizzazione su grafi:** modelli e algoritmi per
  - problema del cammino minimo;
  - problema del flusso di costo minimo;
  - problema del flusso massimo.
4. **Introduzione alla Programmazione Lineare Intera e all'Ottimizzazione Combinatoria:**
  - metodi esatti (metodo dei tagli di Gomory, Branch-and-Bound);
  - cenni su metodi euristici e metaeuristici (ricerca locale e varianti).

## TESTI DI RIFERIMENTO

- Matteo Fischetti, “Lezioni di Ricerca Operativa”, II edizione, Edizioni Libreria Progetto, Padova, 1999.
- Dispense fornite dal docente.

# Organizzazione del corso

- Lezioni / Esercitazioni
  - martedì 13.30 – 15.30
  - mercoledì 15.30 – 17.30
  - giovedì 11.30 – 13.30
- Laboratorio “obbligatorio”
  - mercoledì 15.30 – 17.30
- Laboratorio facoltativo
  - giovedì 13.30 – 15.30
- Ricevimento
  - martedì 15.30 – 17.30 (su appuntamento via email)
- Modalità d'esame
  - Scritto più eventuale orale o discussione di un mini-progetto.
- **Materiali e avvisi su**  
<http://www.math.unipd.it/~luigi/courses/ricop/ricop.html>