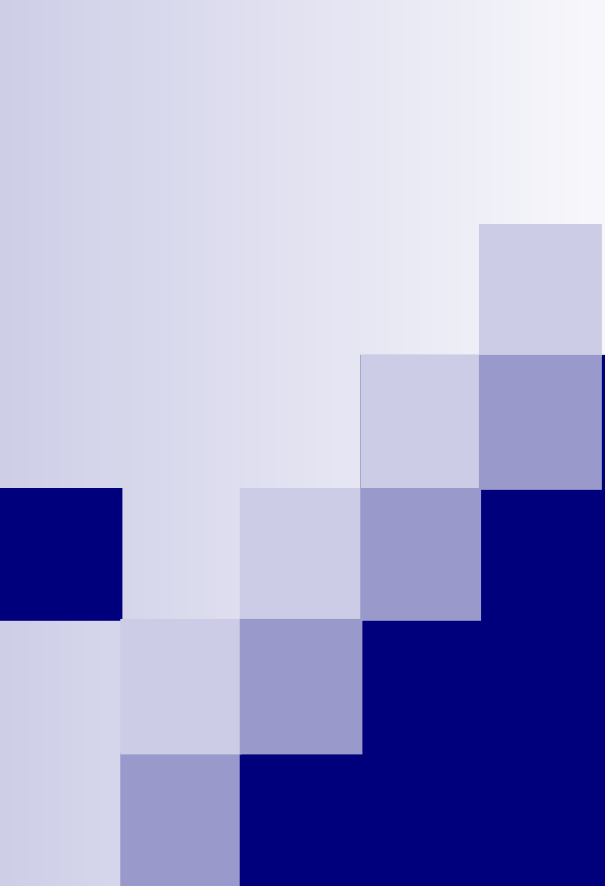




Ricerca Operativa

A.A. 2007/2008

3. Modelli di Programmazione Lineare (II)

Formulazione generale di un modello di programmazione lineare

$$\min (\max) z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_jx_j + \dots + c_nx_n (+cost.)$$

subject to (s.t., soggetto a, s.a)

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1n}x_n \geq (=, \leq) b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2j}x_j + \dots + a_{2n}x_n \geq (=, \leq) b_2$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mj}x_j + \dots + a_{mn}x_n \geq (=, \leq) b_m$$

$$x_j \in \mathfrak{R}_{(+)} (x_j \text{ intere})$$

z : funzione obiettivo da minimizzare (min) o massimizzare (max)

x_j : variabili decisionali (incognite)

reali (eventualmente non negative)

interi (eventualmente non negative)

binarie ($x_j \in \{0,1\}$)

} Programmazione
lineare **intera (PLI)**

c_j : coefficienti di costo (min) o profitto (max)

a_{ij} : coefficienti tecnologici

b : termini noti

Turni in ospedale

Si vogliono organizzare i turni degli infermieri in ospedale. Ogni infermiere lavora 5 giorni consecutivi, indipendentemente da come sono collocati all'interno della settimana, e poi ha diritto a due giorni consecutivi di riposo. Le esigenze di servizio per i vari giorni della settimana richiedono la presenza di 17 infermieri il lunedì, 13 il martedì, 15 il mercoledì, 19 il giovedì, 14 il venerdì, 16 il sabato e 11 la domenica. Organizzare il servizio in modo da minimizzare il numero totale di infermieri da impegnare.

Modello PLI

- Siano *lun*, *mar*, *mer*, *gio*, *ven*, *sab* e *dom* il numero di infermieri in cui turno inizia di lunedì,... domenica

$$\min \quad \textit{lun} + \textit{mar} + \textit{mer} + \textit{gio} + \textit{ven} + \textit{sab} + \textit{dom}$$

s.t.

$$\textit{lun} + \textit{gio} + \textit{ven} + \textit{sab} + \textit{dom} \geq 17 \text{ (presenze lunedì)}$$

$$\textit{lun} + \textit{mar} + \textit{ven} + \textit{sab} + \textit{dom} \geq 13 \text{ (presenze martedì)}$$

$$\textit{lun} + \textit{mar} + \textit{mer} + \textit{sab} + \textit{dom} \geq 15 \text{ (presenze mercoledì)}$$

$$\textit{lun} + \textit{mar} + \textit{mer} + \textit{gio} + \textit{dom} \geq 19 \text{ (presenze giovedì)}$$

$$\textit{lun} + \textit{mar} + \textit{mer} + \textit{gio} + \textit{ven} \geq 14 \text{ (presenze venerdì)}$$

$$\textit{mar} + \textit{mer} + \textit{gio} + \textit{ven} + \textit{sab} \geq 16 \text{ (presenze sabato)}$$

$$\textit{mer} + \textit{gio} + \textit{ven} + \textit{sab} + \textit{dom} \geq 11 \text{ (presenze domenica)}$$

$$\textit{lun}, \textit{mar}, \textit{mer}, \textit{gio}, \textit{ven}, \textit{sab}, \textit{dom} \in \mathbb{Z}_+$$

Localizzazione di servizi

Una città è divisa in sei quartieri, dove si vogliono attivare dei centri unificati di prenotazione (CUP) per servizi sanitari. In ciascun quartiere è stata individuata una possibile località di apertura. Le distanze medie in minuti da ciascun quartiere a ciascuna delle possibili località è indicata in tabella. Si desidera che nessun utente abbia un tempo medio di spostamento superiore a 15 minuti per arrivare al CUP più vicino e si vuole minimizzare il numero di CUP attivati.

	Loc. 1	Loc. 2	Loc 3	Loc. 4	Loc. 5	Loc. 6
Q.re 1	5	10	20	30	30	20
Q.re 2	10	5	25	35	20	10
Q.re 3	20	25	5	15	30	20
Q.re 4	30	35	15	5	15	25
Q.re 5	30	20	30	15	5	14
Q.re 6	20	10	20	25	14	5

Modello PLI

- Sia $x_i=1$, se viene aperto il CUP nel quartiere i , 0 altrimenti

$$\min \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

s.t.

$$x_1 + x_2 \geq 1 \text{ (esigenze q.re 1)}$$

$$x_1 + x_2 + x_6 \geq 1 \text{ (esigenze q.re 2)}$$

$$x_3 + x_4 \geq 1 \text{ (esigenze q.re 3)}$$

$$x_3 + x_4 + x_5 \geq 1 \text{ (esigenze q.re 4)}$$

$$x_4 + x_5 + x_6 \geq 1 \text{ (esigenze q.re 5)}$$

$$x_2 + x_5 + x_6 \geq 1 \text{ (esigenze q.re 6)}$$

$$x_i \in \{0,1\}$$

Modelli

- Mix ottimo di produzione:
 - Produzione e forza lavoro
 - Produzione e capacità eccedente
 - Produzione di radio (libro di testo)
- Multiperiodali
 - Piano di investimento
 - Produzione di radio (libro di testo)

Min-max, max-min e min-abs

$$\min \max \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

$$\max \min \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

$$\min y$$

$$y \geq e_1$$

$$y \geq e_2$$

...

$$y \geq e_n$$

$$\max y$$

$$y \leq e_1$$

$$y \leq e_2$$

...

$$y \leq e_n$$

$$\min |e| \equiv \min \max \{e, -e\}$$

$$\min y$$

$$y \geq e$$

$$y \geq -e$$