**RICERCA OPERATIVA**

**Tema d'esame del 15/12/2008** (6 crediti)

COGNOME:
NOME:

MATRICOLA:

1. Babbo Natale deve organizzare gli acquisti per le prossime festività. Sono arrivate richieste di 15000 bamboline, 17000 automobiline e 12000 libri. La crisi economica spinge Babbo Natale ad approfittare di alcuni stock di giocattoli, la cui composizione e il cui prezzo sono sintetizzati nella seguente tabella:

| **Stock** | **bamboline** | **automobiline** | **libri** | **peluches** | **costo (euro)** |
|---|---|---|---|---|---|
| *1* | 100 | 40 | 80 | - | *90.00* |
| *2* | 50 | 90 | 20 | - | *75.00* |
| *3* | 80 | 60 | - | 40 | *80.00* |
| *4* | 25 | 125 | 140 | 20 | *100.00* |

Babbo Natale farà i suoi acquisti da solo e, vista la vicinanza del Natale, non potrà acquistare sia pacchi dello stock 1 sia pacchi dello stock 2, perché i relativi punti di vendita sono molto distanti tra loro. Gli eventuali giocattoli non utilizzati saranno dati in beneficenza. Il numero complessivo di giocattoli da dare in beneficenza, indipendentemente dal tipo, non deve essere inferiore a 2000. Inoltre, se il numero di giocattoli in eccesso supera le 2100 unità, si dovranno pagare 1000 euro di stoccaggio in magazzino. Aiutiamo Babbo Natale ad effettuare gli acquisti nel modo più economico possibile, attraverso la formulazione di un modello di programmazione lineare del problema.

2. Dato il seguente problema di P.L.

$$\begin{array}{llllllll}
\max & -2\,x_1 & + & 3\,x_2 & - & 7\,x_3 & & \\
s.t. & -\,x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & 4 \\
 & -2\,x_1 & - & 2\,x_2 & + & x_3 & \leq & 5 \\
 & x_1 \leq 0 & & x_2 \geq 0 & & x_3 \geq 0 & &
\end{array}$$

trovare la soluzione ottima con il metodo del simplesso (si applichi la regola anti-ciclo di Bland). Si risolva inoltre il problema con il vincolo aggiuntivo $x_2 \leq 3$.

3. Dato il seguente problema di P.L.

$$\begin{array}{llllllll}
\min & -\,x_1 & - & 3\,x_2 & - & 2\,x_3 & & \\
s.t. & -\,x_1 & - & 3\,x_2 & + & x_3 & \leq & 2 \\
 & 2\,x_1 & + & 2\,x_2 & + & 3\,x_3 & = & 4 \\
 & & - & 4\,x_2 & & & \geq & -3 \\
 & x_1 \leq 0 & & x_2 \geq 0 & & x_3 \geq 0 & &
\end{array}$$

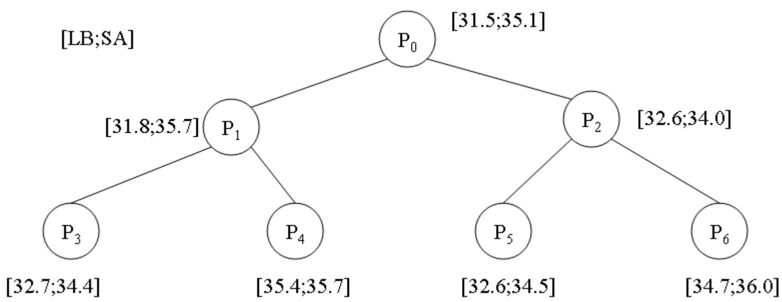
applicare le condizioni di complementarietà primale-duale per dimostrare che la soluzione $x_1 = -41/20; x_2 = 3/4; x_3 = 11/5$ è ottima.

*...ALTRE DOMANDE SUL RETRO...*

4. Come si riconoscono sul tableau del simplesso le condizioni di illimitatezza di un problema di programmazione lineare con funzione obiettivo di minimo? Giustificare la risposta.

5. Si consideri un modello di programmazione lineare in forma standard $\min c^T x, Ax = b, x \geq 0$ dove la funzione obiettivo rappresenta i costi di un sistema produttivo e i vincoli sono legati al soddisfacimento della domanda (il termine noto $b_i$ è il livello di domanda del prodotto $i$ da soddisfare all'uguaglianza). Si abbiano anche a disposizione i valori delle variabili duali (moltiplicatori del simplesso) corrispondenti alla soluzione ottima del problema. A quali livelli di domanda converrebbe apportare un piccolo aumento per diminuire ulteriormente il valore della funzione obiettivo?

6. Si consideri il seguente albero di sviluppo del Branch and Bound per un problema di ottimizzazione combinatoria con funzione obiettivo di minimo:




   (a) Come si può capire che si tratta di un problema di minimo?
   (b) È possibile chiudere dei nodi? Se sì, quali e perché?
   (c) In quale intervallo è sicuramente compreso il valore della funzione obiettivo?
   (d) Quale nodo sarà sviluppato per primo da una strategia best node first?
   (e) Si supponga che lo sviluppo di cui al punto precedente porti a due nodi figli, di cui uno è relativo ad un insieme di soluzioni vuoto. Si dia un esempio di valori di lower e upper bound relativi al secondo nodo che consentano di riconoscere subito la soluzione ottima del problema.