



Ricerca Operativa

A.A. 2008/2009

1. Introduzione



Docente

- Luigi De Giovanni
- Dipartimento di Matematica Pura e Applicata (Torre Archimede) – uff. 419
- Tel. 049 827 1349
- email: luigi@math.unipd.it
- www.math.unipd.it/~luigi

- Ricevimento: Lunedì, h 15.00 – 17.00 (su appuntamento via e-mail)

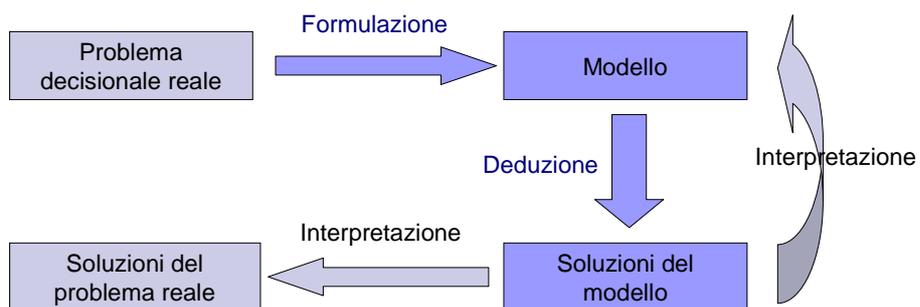
Cosa è la Ricerca Operativa?

- Supporto ai processi decisionali in sistemi complessi



Ricerca delle
operazioni con
metodo scientifico

Il metodo della Ricerca Operativa



- **Formulazione:** modelli matematici, modelli su grafo, modelli di simulazione, modelli di teoria dei giochi etc.
- **Deduzione:** metodi quantitativi, algoritmi efficienti

Problemi di ottimizzazione

- Determinare la migliore configurazione di sistemi complessi sotto condizioni di utilizzo di risorse scarse
 - Pianificazione della produzione
 - Determinazione dei turni del personale
 - Determinazione di percorsi ottimali
 - Organizzazione dei flussi di dati in una rete di telecomunicazione
 - etc. etc. etc.

Esempio

Un coltivatore ha a disposizione 12 ettari di terreno da coltivare a lattuga o a patate. Le risorse a sua disposizione, oltre al terreno, sono: 70 kg di semi di lattuga, 18 t di tuberi, 160 t di concime. Supponendo che il mercato sia in grado di assorbire tutta la produzione e che i prezzi siano stabili, la resa stimata per la coltivazione di lattuga è di 3000 €/ettaro e quella delle patate è di 5000 €/ettaro. L'assorbimento delle risorse per ogni tipo di coltivazione è di 7 kg di semi e 10 t di concime per ettaro di lattuga, e 3 t di tuberi e 20 di concime per le patate. Stabilire quanto terreno destinare a lattuga e quanto a patate in modo da massimizzare la resa economica e sfruttando al meglio le risorse disponibili.

Gli scopi della Ricerca Operativa

- “Semplice” generare soluzioni ammissibili
- “Semplice” proporre soluzioni “ragionevoli”

Ma...

- Come **certificare** che una soluzione proposta è la migliore in assoluto (ottima)?
- Come valutare il **valore intrinseco** delle risorse (un ettaro di terreno)
- Come valutare la **stabilità** della soluzione proposta in funzione di variazioni dei dati (rendite della produzione, risorse disponibili etc.)?
- Come stabilire le soluzioni ottime in problemi simili (prospettiva **modellistica** e **algoritmica**)?

Uso di strumenti matematici e algoritmici: Ricerca Operativa!

Costruzione del modello

- Cosa bisogna decidere?
⇒ **variabili decisionali**
- Quale è l'obiettivo?
⇒ **funzione obiettivo**
- Come sono caratterizzate le soluzioni ammissibili?
⇒ **vincoli del problema**
- **Modelli matematici**: funzione obiettivo e vincoli sono espressi come relazioni matematiche tra le variabili decisionali

Modello matematico

- Variabili decisionali:

x_L, x_P : quantità in ettari da destinare a lattuga e a patate

- Funzione obiettivo:

$$\max 3000 x_L + 5000 x_P$$

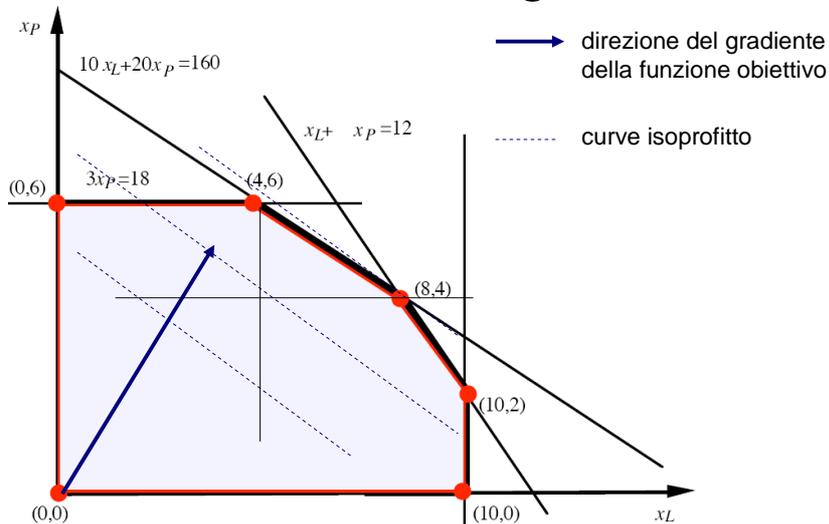
- Sistema dei vincoli:

| | |
|----------------------------|-----------------------|
| $x_L + x_P \leq 12$ | (ettari disponibili) |
| $7 x_L \leq 70$ | (semi disponibili) |
| $3 x_P \leq 18$ | (tuberi disponibili) |
| $10 x_L + 20 x_P \leq 160$ | (concime disponibile) |
| $x_L \geq 0, x_P \geq 0$ | (dominio) |

Soluzione

- Soluzione empirica con [foglio elettronico](#)
- Facile ottenere soluzioni ammissibili...
- ...ma abbiamo ottenuto la soluzione ottima?

Soluzione: metodo grafico



Luigi De Giovanni - Ricerca Operativa - 1. Introduzione

1.11

Modelli di programmazione lineare

- Il metodo grafico è basato su
 - ⇒ linearità della funzione obiettivo
 - ⇒ linearità dei vincoli
- Sotto queste ipotesi (come vedremo meglio in seguito), una soluzione si trova su un vertice della regione ammissibile: l'ultimo toccato traslando le rette isoprofitto nella direzione del gradiente
- Si parla in questi casi di **modelli di programmazione lineare (PL)**

Luigi De Giovanni - Ricerca Operativa - 1. Introduzione

1.12

Soluzione: sw di ottimizzazione

- Risolutore di Excel
- Software di ottimizzazione
 - Linguaggi di modellazione matematica (AMPL, Mosel, OPL, Lingo, GAMS etc.)
 - Motori di ottimizzazione (Cplex, Xpress, GPLK, LPsolve etc.)
- Importante disporre di un buon modello matematico: considereremo modelli di programmazione lineare (PL)

Programma del corso

1. **Problemi di ottimizzazione e modelli. Utilizzo di pacchetti software.**
2. **Programmazione lineare:**
 - teoria e metodo del simplesso;
 - teoria della dualità e applicazioni.
3. **Ottimizzazione su grafi:** modelli e algoritmi per
 - problema del cammino minimo;
 - problema del flusso massimo.
4. **Introduzione alla Programmazione Lineare Intera e all'Ottimizzazione Combinatoria:**
 - metodo del Branch & Bound per PLI;
 - metodo del Branch & Bound per problemi di zaino.

TESTI DI RIFERIMENTO

- Matteo Fischetti, "Lezioni di Ricerca Operativa", II edizione, Edizioni Libreria Progetto, Padova, 1999.
- Dispense fornite dal docente.

Organizzazione del corso

- **Lezioni / Esercitazioni**

- lunedì 11.30 – 13.30
- giovedì 9.30 – 12.30

- **Ricevimento**

- lunedì 15.00 – 17.00 (su appuntamento via e-mail)

- **Modalità d'esame**

- Scritto (integrabile con la discussione di un mini-progetto)

- **Materiali e avvisi su**

<http://www.math.unipd.it/~luigi/courses/ricop0809/ricop.html>