

Tema d'esame del 18 marzo 2009

Scrivere subito! COGNOME: _____ *Questo foglio deve*
 NOME: _____ *va consegnato con*
 MATRICOLA: _____ *l'elaborato*

1. Un mulino produce due tipi di semola normale e integrale a partire da tre tipi di granaglie: A, B e C. Per produrre un quintale di semola normale, sono necessari 0.5 quintali di granaglia A, 0.4 di granaglia B e 0.3 di granaglia C; per un quintale di semola integrale, sono necessari 0.3 quintali di granaglia A, 0.7 di B e 0.4 di C. Il mulino si serve da tre fornitori. Ciascun fornitore mette a disposizione un lotto di acquisto, le cui caratteristiche sono riportate nella seguente tabella:

Lotto	Granaglia A	Granaglia B	Granaglia C	Costo	% impurità
1	3 q	5 q	8 q	100 €	1.0 %
2	4 q	9 q	3 q	140 €	2.0 %
3	7 q	2 q	2 q	120 €	1.5 %

Il mulino dispone di 10 000 € per approvvigionarsi di granaglie e vuole massimizzare il numero di quintali di semola prodotta complessivamente, considerando che:

- si possono acquistare al massimo 5 unità di lotto 3;
- la semola normale deve essere almeno il doppio della semola integrale e non più del quadruplo;
- le granaglie del lotto 1 e del lotto 2 sono incompatibili e pertanto non possono essere contemporaneamente acquistate;
- l'impurità media delle scorte di granaglia di tipo A deve essere inferiore allo 1.6%.

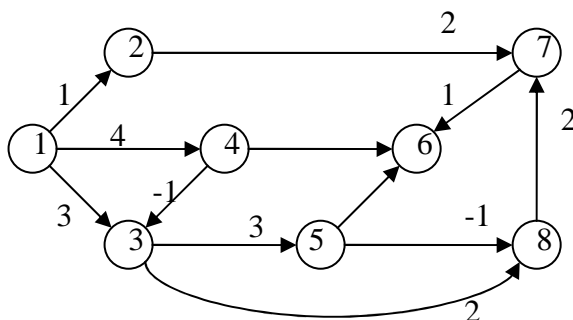
2. Si risolva il seguente problema di programmazione lineare con il metodo del simplesso:

$$\begin{array}{ll}
 \max & 2x_1 - x_2 \\
 \text{s.t.} & x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\
 & 2x_1 + 2x_2 \geq 8 \\
 & x_1 \geq 0 \quad x_2 \leq 0 \quad x_3 \geq 0
 \end{array}$$

Cosa possiamo dire del corrispondente problema duale?

... CONTINUA SUL RETRO ...

3. Si consideri il seguente grafo:

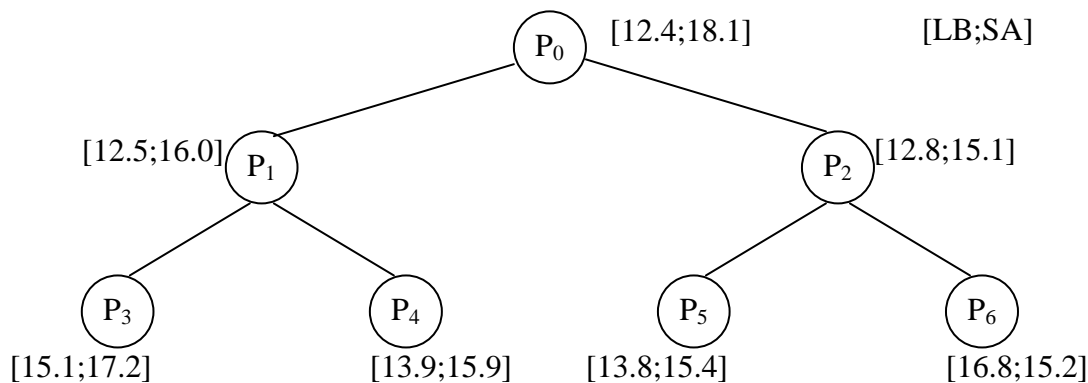


- si scelga un algoritmo appropriato e si motivi la scelta;
- si calcolino i cammini minimi con al più tre archi dal nodo 1 verso tutti gli altri nodi (i passi dell'algoritmo vanno riportati in una tabella e giustificati);
- si indichino tutti i cammini minimi di al più tre archi da 1 a 8.

4. Enunciare le condizioni di complementarità primale-duale e applicarle per dimostrare che $(x_1, x_2, x_3) = (0, 4, 8)$ è soluzione ottima del seguente problema:

$$\begin{array}{llll} \max & -x_1 & +x_2 & \\ \text{s.t.} & 2x_1 & +3x_2 & -x_3 = 4 \\ & x_1 & +x_2 & \leq 4 \\ & x_1 \leq 0 & x_2 \geq 0 & x_3 \geq 0 \end{array}$$

5. Si consideri il seguente albero di sviluppo del Branch and Bound per un problema di ottimizzazione combinatoria con funzione obiettivo di minimo:



Rispondere sul foglio alle seguenti domande, giustificando sempre le risposte.

- Quali nodi è possibile chiudere?
- Tra quali valori è sicuramente compreso il valore ottimo della funzione obiettivo?
- Quale nodo sarà visitato per primo secondo una strategia di visita *Best-First*?

6. Si consideri un problema di programmazione lineare: è possibile che più soluzioni di base rappresentino lo stesso vertice della regione ammissibile? Giustificare la risposta.