

Tema d'esame del 2 luglio 2009

<i>Scrivere subito!</i>	COGNOME: _____ NOME: _____ MATRICOLA: _____	<i>Questo foglio deve essere consegnato con l'elaborato</i>
-------------------------	---	---

1. Una multinazionale possiede tre impianti per la produzione di succo d'arancia in tre varianti: normale, light e concentrato. La produzione di una bottiglia di succo normale impiega un litro di acqua, 100 grammi di zucchero e 550 grammi di arance. Per una bottiglia light si impiegano 1,2 litri di acqua, 600 grammi di arance e 50 grammi di zucchero. Per la produzione di una bottiglia di succo concentrato si impiegano 1500 grammi di arance, 80 grammi di zucchero e viene prodotto mezzo litro d'acqua, che viene reimpiegato per la produzione degli altri succhi nello stesso impianto. Inizialmente, i tre impianti dispongono rispettivamente di 2000, 1700 e 1800 litri di acqua, 400, 500 e 300 Kg di zucchero e 1500, 1200 e 1300 kg di arance. Per motivi strategici, in almeno due impianti si vuole produrre una quantità di succo light superiore alle 200 bottiglie. I succhi vengono convogliati in un unico centro di distribuzione e venduti in confezioni da 24 bottiglie al prezzo di 10, 12 e 25 euro per il succo normale, light e concentrato. Si vuole determinare il numero di bottiglie da produrre in ciascun impianto per massimizzare i ricavi complessivi.

2. Si risolva il seguente problema di programmazione lineare con il metodo del simplesso:

$$\begin{aligned}
 &\max \quad x_1 \quad + x_2 \\
 &\text{s.t.} \quad x_1 \quad + x_2 \quad + 2x_3 \leq 4 \\
 &\quad \quad -2x_1 + x_2 \quad + 2x_3 \geq 2 \\
 &\quad \quad x_1 \geq 0 \quad x_2 \leq 0 \quad x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

* Quale teorema ci permette di stabilire immediatamente il valore della funzione obiettivo del corrispondente problema duale?

3. Si risolva il seguente problema di zaino:

$$\begin{aligned}
 &\max \quad 8x_1 + 10x_2 + 11x_3 + 13x_4 + 9x_5 \\
 &\text{s.t.} \quad 6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 7x_5 \leq 16 \\
 &\quad \quad x_i \in \{0,1\}, i = 1 \dots 5
 \end{aligned}$$

* Utilizzare una strategia best first (numerare i nodi nell'ordine di valutazione).

4. Enunciare le condizioni di complementarità primale-duale e applicarle per dimostrare che $(x_1, x_2, x_3) = (3/2, 9/4, 0)$ è soluzione ottima del seguente problema:

$$\begin{aligned}
 &\min \quad -2x_1 + x_2 - x_3 \\
 &\text{s.t.} \quad -2x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 \\
 &\quad \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\
 &\quad \quad -2x_1 \geq -3 \\
 &\quad \quad x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \leq 0
 \end{aligned}$$

5. Come si riconoscono sul tableau del simplesso le condizioni di illimitatezza per un problema di minimo? Giustificare la risposta.

6. Si può usare l'algoritmo di Dijkstra per il cammino minimo in presenza di costi negativi ma senza cicli di lunghezza negativa? Giustificare la risposta.