

Modellazione MIP

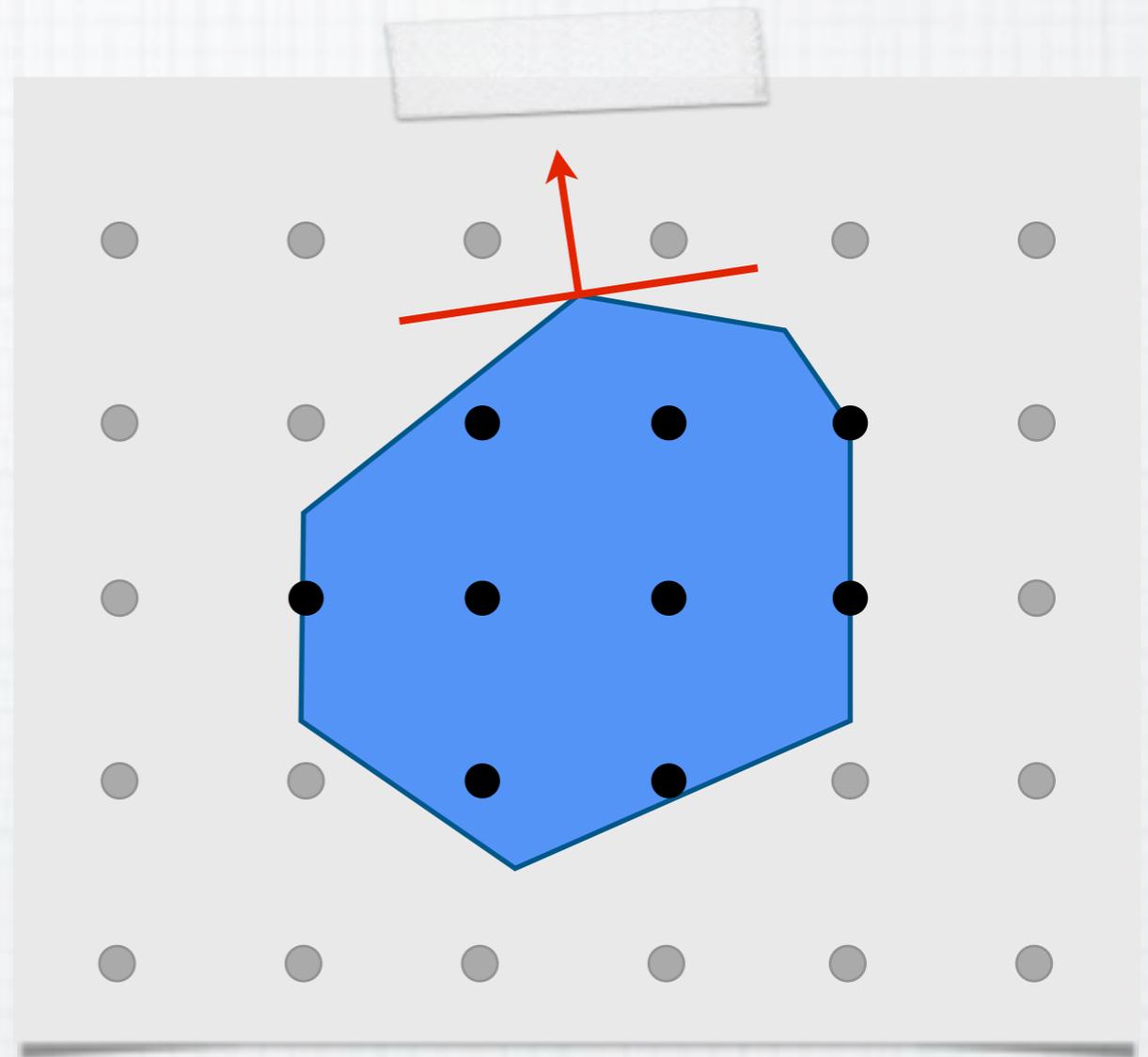
LP, GAMS

Domenico Salvagnin

Programmazione Lineare Intera

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ \text{s.t.} & Ax \leq b \\ & l \leq x \leq u \end{array}$$

$$x_j \in \mathbb{Z}, j \in J$$



Cosa abbiamo a disposizione?

- * Linear Programming (LP) solvers
 - * commerciali (Cplex, Gurobi, Xpress)
 - * open-source (CLP, SoPlex, GLPK)
- * Mixed Integer Programming (MIP) solvers
 - * commerciali (Cplex, Gurobi, Xpress)
 - * open-source (SCIP, CBC)

Come si usano?

- * Due principali modi di interazione:
 - * scrittura di un modello lineare (intero) in formato LP o MPS, a mano o tramite software di modellazione (GAMS, AMPL), da dare in pasto al solver a scatola chiusa.
 - * interfacciamento a livello di codice (C/C++/Java/Python) tramite le API fornite dal solver (che viene linkato come libreria). In questo modo è possibile personalizzare il comportamento del solver tramite callbacks.

Esempio: problema trasporto

$$\min \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij}$$

minimizzare

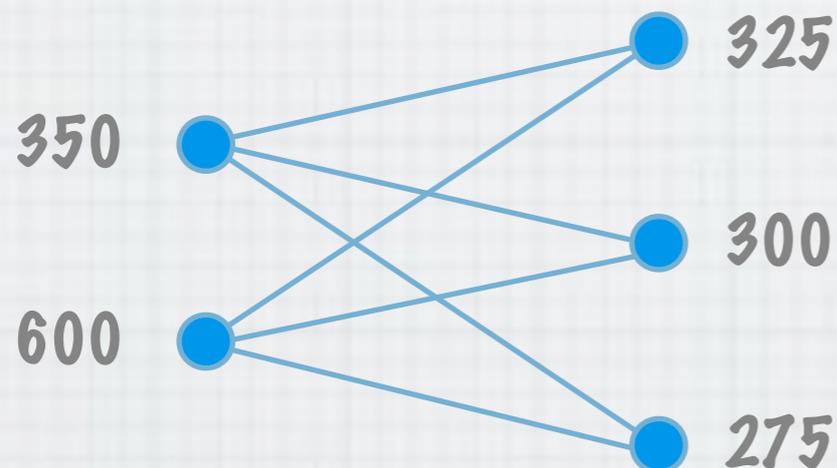
$$\sum_j x_{ij} \leq a_i \quad \forall i$$

soddisfare offerta

$$\sum_i x_{ij} \geq b_j \quad \forall j$$

soddisfare domanda

$$x_{ij} \geq 0$$



	1	2	3
A	2.5	1.7	1.8
B	2.5	1.8	1.4

Formato LP

Minimize (Maximize)

[obj_name:] funzione obiettivo (es: $x_1 + 3x_2 - y$)

s.t.

[name:] vincoli (es: $x_1 + 2x_2 \geq 5$)

...

Bounds

... (es: $0 \leq x_1 \leq 5$)

Generals

... (lista variabili general integers)

Binaries

... (lista variabili binarie)

End

Esempio file LP (transport.lp)

funzione obiettivo → Minimize
obj: $2.5 x_{a1} + 1.7 x_{a2} + 1.8 x_{a3} + 2.5 x_{b1} + 1.8 x_{b2} + 1.4 x_{b3}$
s.t.

vincoli → supA: $x_{a1} + x_{a2} + x_{a3} \leq 350$
supB: $x_{b1} + x_{b2} + x_{b3} \leq 600$
dem1: $x_{a1} + x_{b1} \geq 325$
dem2: $x_{a2} + x_{b2} \geq 300$
dem3: $x_{a3} + x_{b3} \geq 275$
End

Come si risolve?

Cplex:

```
# cplex
...
> read transport.lp
> opt
...
> display solution var *
...
> quit
```

SCIP:

```
# scip
...
> read transport.lp
> optimize
...
> display solution
...
> quit
```

oppure

```
# scip -f transport.lp
```

Non dimenticare help in linea! > help

GAMS

General Algebraic Modeling System

- * descrizione problema di ottimizzazione in notazione "quasi" algebrica
- * possibilità di riciclare il modello con istanze diverse
- * modello auto-documentante
- * flessibilità sulle generazione dell'output (in ogni caso user-friendly)
- * molti solver diversi a disposizione
- * ...

Struttura file GAMS

Sets

...; // insiemi di indici del problema

Parameters

...; // parametri numerici del problema

Variables

...; // variabili del problema

Equations

...; // definizioni dei vincoli del problema

Model _modello /all/; // definizione modello

solve _modello using _solver minimizing _var;

display ...;

Regole del gioco

- * nomi delle variabili limitate a 10 caratteri
- * case insensitive
- * praticamente free-form
- * bisogna dichiarare qualcosa prima di usarla
- * statement terminati da ;
- * si usano simboli strani (=e=, =|= e =g=, al posto di =, ≤ e ≥ e /.../ per delimitare un insieme, al posto di {...})

Esempio: file GAMS

Sets

i plants /A, B/

j clients /1, 2, 3/;

Parameters

a(i) capacity /A 350, B 600/

b(j) demand /1 325, 2 300, 3 275/;

Table c(i,j) cost

	1	2	3
A	2.5	1.7	1.8
B	2.5	1.8	1.4;

Variables

x(i,j) shipment quantities

z total cost;

Positive variable x;

Esempio: file GAMS

Equations

cost objective function

supply(i) supply limit

demand(j) satisfy demand;

```
cost .. z =e= sum((i,j), c(i,j)*x(i,j));
```

```
supply(i) .. sum(j, x(i,j)) =l= a(i);
```

```
demand(j) .. sum(i, x(i,j)) =g= b(j);
```

```
Model transport /all/;
```

```
solve transport using lp minimizing z;
```

```
display x.l;
```

Qualche link...

- * IBM ILOG Cplex: <http://www-01.ibm.com/software/integration/optimization/cplex-optimizer/>
- * FICO Xpress: <http://www.fico.com/en/Products/DMTools/Pages/FICO-Xpress-Optimization-Suite.aspx>
- * GUROBI: <http://www.gurobi.com/>
- * SCIP: <http://scip.zib.de>
- * Coin-OR project (CLP, CBC): <http://www.coin-or.org>
- * GAMS: <http://www.gams.com>
- * NEOS Servers: <http://neos.mcs.anl.gov/neos/solvers/index.html>