RICERCA OPERATIVA – 5 crediti

Tema d'esame del 10 dicembre 2010 (simulazione)

Scrivere subito!

COGNOME: ______________________________

NOME: ______________________________

MATRICOLA: ________________________

Questo foglio deve essere consegnato con l'elaborato

1. Una società di navigazione effettua un servizio di trasporto merci su tre rotte 1, 2 e 3 dove la domanda è rispettivamente di 20000, 5000 e 15000 tonnellate. La società usa per questo servizio tre tipi di nave (A, B e C) e dispone di 100 navi di tipo A, 80 navi di tipo B e 150 navi di tipo C. Ciascuna nave ha capacità e costo di trasporto unitario che dipendono dal tipo e dalla rotta, come riassunto nella seguente tabella:

TIPO NAVE	*ROTTA*	*Capacità massima*	*Costo €/tonnellata*
A	1	150	60
A	2	120	30
A	3	non impiegabile	
B	1	100	45
B	2	80	25
B	3	90	30
C	1	non impiegabile	
C	2	60	50
C	3	140	35

Si scriva il modello di programmazione lineare per determinare il piano di trasporto che soddisfa la domanda sulle tre rotte minimizzando i costi complessivi, tenendo conto che:

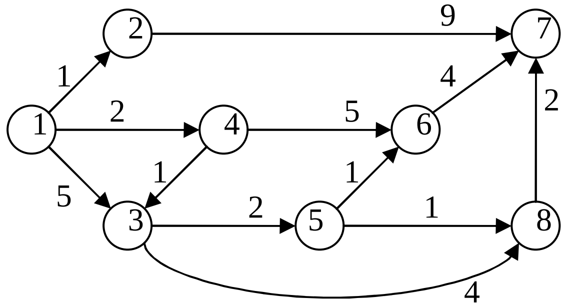
- sulla rotta 1 ci possono essere al massimo 10 navi di tipo A;
- sulla rotta 2 può effettuare servizio un solo tipo di nave;
- se le navi di tipo B sono utilizzate sulla rotta 2, allora queste non possono essere utilizzate né sulla rotta 1, né sulla rotta 3.

2. Si risolva il seguente problema di programmazione lineare con il metodo del simplesso, a partire dalla base relativa alle variabili x_1, x_2, x_3 e applicando la regola di Bland:

$$
\begin{array}{llllll}
\max & x_1 & + 5\,x_2 & & & \\
\text{s.t.} & x_1 & & & \le & 5 \\
 & x_1 & + \;\; x_2 & & \ge & -1 \\
 & & \;\;\;\;\; x_2 & + 2\,x_3 & = & -2 \\
 & x_1 \ge 0 & x_2 \le 0 & x_3 \ge 0 & &
\end{array}
$$

… CONTINUA SUL RETRO …

3. Si vogliono determinare i cammini minimi composti da al più 4 archi sul seguente grafo:



- si scelga un algoritmo appropriato e si motivi la scelta;
- si calcolino i cammini minimi con al più quattro archi dal nodo 1 verso tutti gli altri nodi (<u>i passi dell'algoritmo vanno riportati in una tabella e giustificati</u>);
- si ricavi un cammino minimo di al più quattro archi da 1 a 7, descrivendo il procedimento adottato.

4. Enunciare le condizioni di complementarietà primale-duale e applicarle per dimostrare che $(x_1,x_2,x_3) = (0,4,8)$ è soluzione ottima del seguente problema:

$$
\begin{array}{llllll}
\max & x_1 & + & x_2 & & \\
\text{s.t.} & 2\,x_1 & + & 3\,x_2 & -\ x_3 & = 4 \\
 & x_1 & + & x_2 & & \leq 4 \\
 & x_1 \leq 0 & & x_2 \geq 0 & x_3 \geq 0 &
\end{array}
$$

5. Si consideri il seguente tableau del simplesso:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
$-z$	-12	0	0	0	-147	-239
x_3	75	0	1	0	-12	0
x_5	46	0	0	1	1	4/3
x_1	13	1	0	0	0	0

Riportare il tableau sul foglio e rispondere (<u>NON su questo foglio</u>) alle seguenti domande:

(a) Cerchiare i possibili elementi pivot e dire su quale elemento si farà pivot alla prossima iterazione del simplesso usando la regola di Bland?

(b) Stabilire, SENZA EFFETTUARE LE OPERAZIONI DI PIVOT, quale sarà il valore della funzione obiettivo alla fine della prossima iterazione del simplesso. GIUSTIFICARE LA RISPOSTA!

(c) Alla fine della prossima iterazione sarà cambiata la base corrente: sarà cambiato anche il vertice del poliedro associato alla nuova base? GIUSTIFICARE LA RISPOSTA!

6. Discutere la complessità computazionale dell'algoritmo di Dijkstra per il problema del cammino minimo.