

# Ricerca Operativa

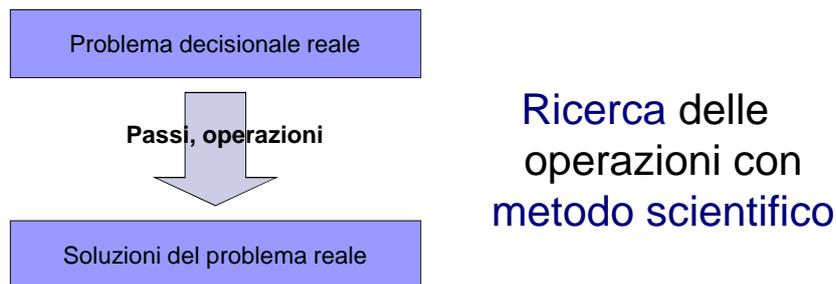
## 1. Introduzione

### Docente

- Luigi De Giovanni
- Dipartimento di Matematica  
(Torre Archimede) – uff. 427
- Tel. 049 827 1349
- email: [luigi@math.unipd.it](mailto:luigi@math.unipd.it)
- [www.math.unipd.it/~luigi](http://www.math.unipd.it/~luigi)
  
- Ricevimento: giovedì, h 9.30 – 11.30  
(su appuntamento via e-mail)

# Cosa è la Ricerca Operativa?

- Supporto ai processi decisionali in sistemi complessi



## Una definizione (wikipedia)

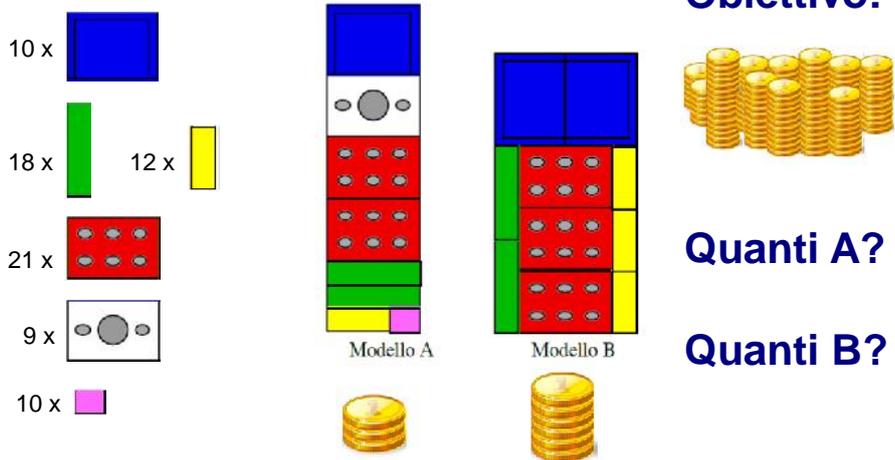
La ricerca operativa (nota anche come teoria delle decisioni, scienza della gestione o, in inglese, operations research -"Operational Research" in Europa- e indicata con le sigle RO o OR) fornisce strumenti matematici di supporto alle attività decisionali in cui occorre gestire e coordinare attività e risorse limitate al fine di massimizzare o minimizzare una funzione obiettivo.

La ricerca operativa si occupa di formalizzare un problema in un modello matematico e calcolare una soluzione ottima, quando possibile, o approssimata (detta anche subottima) per esso.

Essa costituisce un approccio scientifico alla risoluzione di problemi complessi, si può ricondurre all'ambito della matematica applicata ma presenta forti caratteristiche interdisciplinari relative in prevalenza a matematica, informatica, economia e finanza, ingegneria ed altre. Inoltre la ricerca operativa ha molte applicazioni commerciali soprattutto negli ambiti economico, infrastrutturale, logistico, militare, della progettazione di servizi e di sistemi di trasporto e nelle tecnologie. (...)

La ricerca operativa riveste un ruolo importante nelle attività decisionali perché permette di operare le scelte migliori per raggiungere un determinato obiettivo rispettando vincoli che sono imposti dall'esterno e non sono sotto il controllo di chi deve compiere le decisioni.

## Problemi di ottimizzazione: un “gioco”



Luigi De Giovanni - Ricerca Operativa - 1. Introduzione

1.5

## Problemi di ottimizzazione

- Determinare la migliore configurazione di sistemi complessi sotto condizioni di utilizzo di risorse scarse
  - Mix ottimo di produzione
  - Pianificazione della produzione, schedulazione di processi
  - Determinazione dei turni del personale
  - Determinazione di percorsi ottimali
  - Organizzazione dei flussi di dati in una rete di telecom.
  - Individuazione di sequenze genomiche
  - Pianificazione e gestione operativa di reti di trasporto
  - etc. etc. etc.

Luigi De Giovanni - Ricerca Operativa - 1. Introduzione

1.6

## Gli scopi della Ricerca Operativa

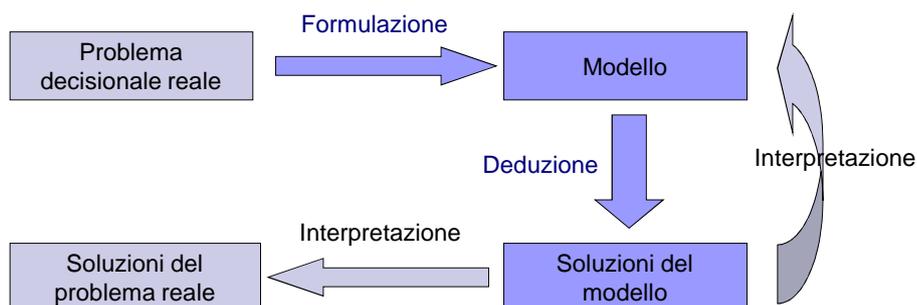
- E' spesso "facile" generare soluzioni ammissibili
- E' spesso "facile" proporre soluzioni "ragionevoli"

Ma...

- Come **certificare** che una soluzione proposta è la migliore in assoluto (ottima)?
- Come valutare il **valore intrinseco** delle risorse (un ettaro di terreno)
- Come valutare la **stabilità** della soluzione proposta in funzione di variazioni dei dati (rendite della produzione, risorse disponibili etc.)?
- Come stabilire le soluzioni ottime in problemi simili (prospettiva **modellistica** e **algoritmica**)?

Uso di **strumenti** matematici e algoritmici: Ricerca Operativa!

## Il metodo della Ricerca Operativa



- **Formulazione**: modelli matematici, modelli su grafo, modelli di simulazione, modelli di teoria dei giochi etc.
- **Deduzione**: metodi quantitativi, algoritmi efficienti

## Esempio

Un coltivatore ha a disposizione 12 ettari di terreno da coltivare a lattuga o a patate. Le risorse a sua disposizione, oltre al terreno, sono: 70 kg di semi di lattuga, 18 t di tuberi, 160 t di concime. Supponendo che il mercato sia in grado di assorbire tutta la produzione e che i prezzi siano stabili, la resa stimata per la coltivazione di lattuga è di 3000 €/ettaro e quella delle patate è di 5000 €/ettaro. L'assorbimento delle risorse per ogni tipo di coltivazione è di 7 kg di semi e 10 t di concime per ettaro di lattuga, e 3 t di tuberi e 20 di concime per le patate. Stabilire quanto terreno destinare a lattuga e quanto a patate in modo da massimizzare la resa economica e sfruttando al meglio le risorse disponibili.

## Costruzione del modello

- Cosa bisogna decidere?  
⇒ **variabili decisionali (incognite)**
- Quale è l'obiettivo?  
⇒ **funzione obiettivo**
- Come sono caratterizzate le soluzioni ammissibili?  
⇒ **vincoli del problema (relazioni tra incognite)**
- **Modelli matematici:** funzione obiettivo e vincoli sono espressi come relazioni matematiche tra le variabili decisionali

## Modello matematico

- **Variabili decisionali:**

$x_L$  : quantità in ettari da destinare a lattuga

$x_P$  : quantità in ettari da destinare a patate

- **Funzione obiettivo:**

$$\max 3000 x_L + 5000 x_P$$

- **Sistema dei vincoli:**

$$x_L + x_P \leq 12 \quad (\text{ettari disponibili})$$

$$7 x_L \leq 70 \quad (\text{semi disponibili})$$

$$3 x_P \leq 18 \quad (\text{tuberi disponibili})$$

$$10 x_L + 20 x_P \leq 160 \quad (\text{concime disponibile})$$

$$x_L \geq 0, x_P \geq 0 \quad (\text{dominio})$$

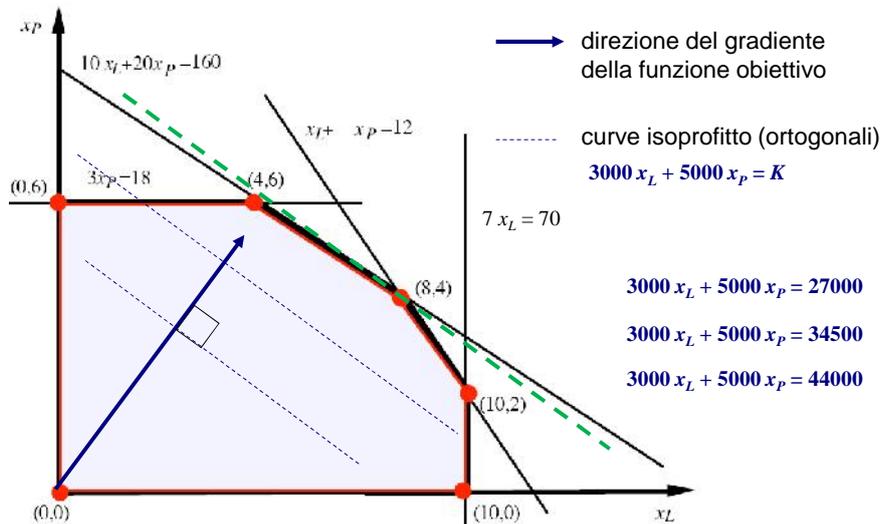
## Soluzione

- Soluzione empirica con [foglio elettronico](#)

- Facile ottenere soluzioni ammissibili...

- ...ma abbiamo ottenuto la soluzione  
ottima?

## Soluzione: metodo grafico



1.13

## Modelli di programmazione lineare

- Il metodo grafico funziona grazie a:
  - ⇒ linearità della funzione obiettivo
  - ⇒ linearità dei vincoli
- Sotto queste ipotesi (come vedremo meglio in seguito), una soluzione si trova su un vertice della regione ammissibile: l'ultimo toccato traslando le rette isoprofitto nella direzione del gradiente
- Si parla in questi casi di **modelli di programmazione lineare (PL)**
- Con più variabili... geometria  $\approx$  algebra

Luigi De Giovanni - Ricerca Operativa - 1. Introduzione

1.14

## Soluzione: sw di ottimizzazione

- Risolutore per fogli di calcolo ([Excel](#), Calc etc.)
- Software di ottimizzazione
  - Linguaggi di modellazione matematica (OPL, [AMPL](#), Mosel, Lingo, GAMS etc.)
  - Motori di ottimizzazione (Cplex, Xpress, GPLK, LPsolve etc.)
- Importante disporre di un buon modello matematico: considereremo modelli di programmazione lineare (PL)

## Programma di massima del corso

1. **Problemi di ottimizzazione e modelli. Utilizzo di pacchetti software.**
2. **Programmazione lineare:**
  - teoria e metodo del simplesso;
  - teoria della dualità e applicazioni.
3. **Ottimizzazione su grafi:** modelli e algoritmi per
  - albero ricoprente di costo minimo;
  - problema del cammino minimo;
  - problemi di flusso su reti (flusso massimo, flusso di costo minimo).
4. **Introduzione alla Programm. Lineare Intera e all'Ottimizzazione Combinatoria:**
  - metodo del Branch & Bound per PLI (esempio su problemi di zaino);
  - cenni sui metodi euristici e metaeuristici (ricerca locale e varianti).

### TESTI DI RIFERIMENTO

- Dispense fornite dal docente.
- Matteo Fischetti, "Lezioni di Ricerca Operativa", II/III edizione, Edizioni Libreria Progetto, Padova, 1999/2013 (*per consultazione*).

# Organizzazione del corso

- Lezioni / Esercitazioni (1c150 / LabP140)

- mercoledì 9.30 – 11.30
- venerdì 9.30 – 11.30

- Ricevimento

- giovedì 9.30 – 11.30 (su appuntamento via e-mail)

- Modalità d'esame ([regole](#))

- [Scritto](#) (integrabile con la discussione di un mini-progetto)

- **Materiali e avvisi su**

<http://www.math.unipd.it/~luigi/courses/ricop/ricop.html>