

Tema d'esame del 9 dicembre 2013

Scrivere subito! COGNOME: _____ Questo foglio deve
 NOME: _____ essere consegnato
 MATRICOLA: _____ con l'elaborato

1. Il sindaco di Roma deve acquistare delle decorazioni natalizie per addobbare la città in vista delle feste. Per addobbare gli alberi del centro città, ha scelto quattro diverse configurazioni. Le quantità di decori di ciascuna configurazione e il rispettivo costo di montaggio sono riportati nella tabella seguente.

	Palline	File di luci	Strisce colorate	Bombolette di neve artificiale	Costo di montaggio (euro)
Configurazione A	100	35	30	0	10
Configurazione B	200	20	70	3	15
Configurazione C	500	100	100	10	50
Configurazione D	800	80	120	5	70

Per gli addobbi sono disponibili le confezioni riportate nella tabella seguente, in cui è specificato il numero di addobbi natalizi inclusi e il costo di una confezione.

	Palline	File di luci	Strisce colorate	Bombolette di neve artificiale	Costo unitario (euro)
Confezione 1	20	7	5	1	28
Confezione 2	50	0	10	2	35
Confezione 3	0	15	0	10	50

Determinare il piano di decorazione di costo minimo sapendo che:

- il sindaco desidera decorare almeno 2000 alberi;
- in città si devono poter ammirare almeno 3 diversi tipi di alberi decorati;
- le confezioni di tipo1 sono in promozione: se si acquistano più di 10 confezioni di tipo 1 si ha uno sconto di 50 euro.

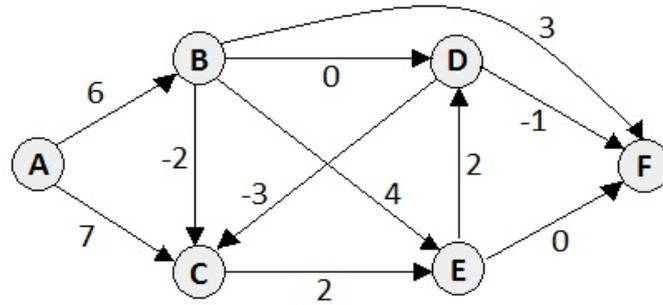
(Si suggerisce di scrivere il modello tenendo conto dei punti sopra elencati nell'ordine proposto.)

2. Si risolva con il metodo del simplesso il seguente problema di programmazione lineare, applicando la regola anticiclo di Bland.

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 2x_1 - 3x_2 \\
 \text{s.t.} \quad & 3x_1 - x_2 \leq 15 \\
 & x_1 - x_2 \leq 5 \\
 & x_1 + 3x_2 \geq -3 \\
 & x_1 \geq 0 \quad x_2 \leq 0
 \end{aligned}$$

... CONTINUA SUL RETRO ...

3. Dato il seguente grafo, calcolare i cammini minimi a partire dal nodo A verso tutti gli altri nodi:



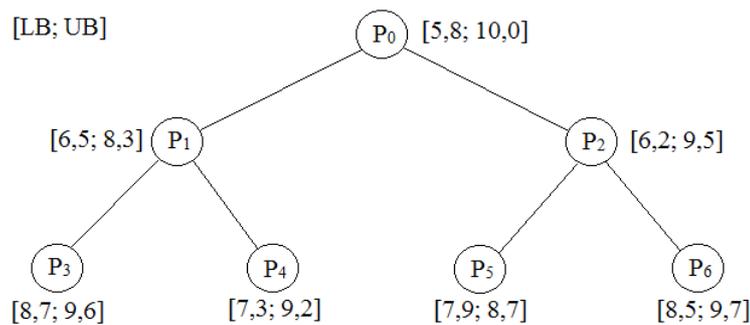
- si scelga l'algoritmo da utilizzare e si motivi la scelta;
- si applichi l'algoritmo scelto (riportare e giustificare i passi dell'algoritmo in una tabella);
- si disegnano l'albero e il grafo dei cammini minimi da A o, se esiste, si individui un ciclo di costo negativo.

4. Enunciare le condizioni di complementarità primale-duale in generale.

Applicare tali condizioni per dimostrare che $(x_1, x_2, x_3) = (0, -1, 2)$ è soluzione ottima del seguente problema:

$$\begin{array}{llllllll}
 \max & & x_1 & & + & & 2x_3 & & \\
 \text{s.t.} & -2x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & \geq & -1 \\
 & x_1 & - & 2x_2 & & & = & 2 \\
 & & & & - & 4x_3 & \leq & 3 \\
 & & & x_2 & + & x_3 & \leq & 1 \\
 & x_1 \leq 0 & & x_2 \text{ libera} & & x_3 \geq 0 & &
 \end{array}$$

5. Si consideri il seguente albero di sviluppo del Branch and Bound relativo ad un problema di minimo:



- Come si può capire che si tratta di un problema di minimo?
- È possibile chiudere dei nodi? Se sì, quali?
- In quale intervallo è sicuramente compreso il valore della funzione obiettivo?
- Quale nodo sarà sviluppato per primo in una strategia *Best Bound First*?
- Si supponga che lo sviluppo di cui al punto precedente porti a due nodi figli, di cui uno è relativo ad un insieme di soluzioni vuoto. Si dia un esempio di valori di lower e upper bound relativi al secondo nodo, che consentano di riconoscere subito la soluzione ottima del problema.

6. Come si riconosce sul tableau del simpleso l'illimitatezza di un problema della forma $\min\{c^T x : Ax=b, x \geq 0\}$? Giustificare la risposta.