

Ricerca Operativa

Laboratorio: utilizzo di solver
per programmazione
matematica

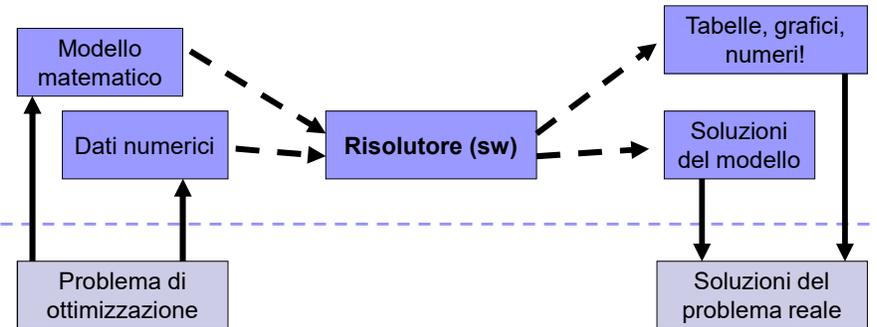
Elementi di un modello di Programmazione Matematica

- **Insiemi:** elementi del sistema;
- **Parametri:** dati del problema;
- **Variabili decisionali o di controllo:** grandezze sulle quali possiamo agire;
- **Vincoli:** relazioni matematiche che descrivono le condizioni di ammissibilità delle soluzioni.
- **Funzione obiettivo:** e la quantità da massimizzare o minimizzare.

Un modello **dichiara** le caratteristiche della
soluzione ottima in linguaggio matematico

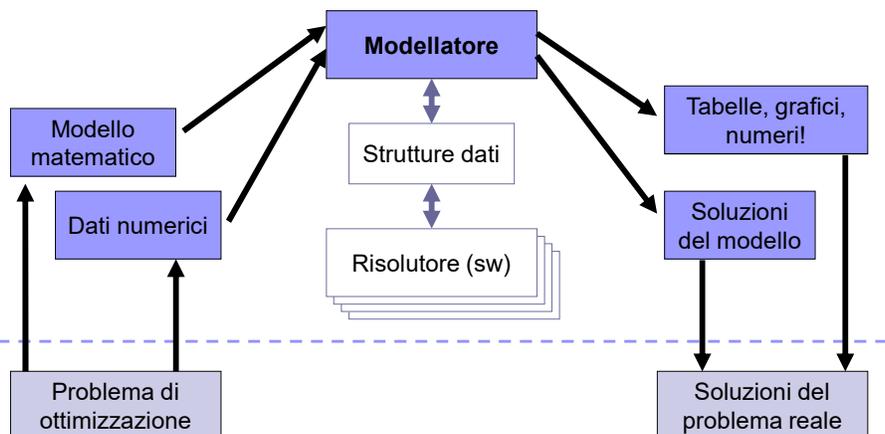
Utilizzo di solver

Un **solver** (o risolutore) è un software che riceve in **input** una descrizione di un problema di ottimizzazione e produce in **output** la soluzione ottima del modello e informazioni ad essa collegate.



Ruolo dei modellatori

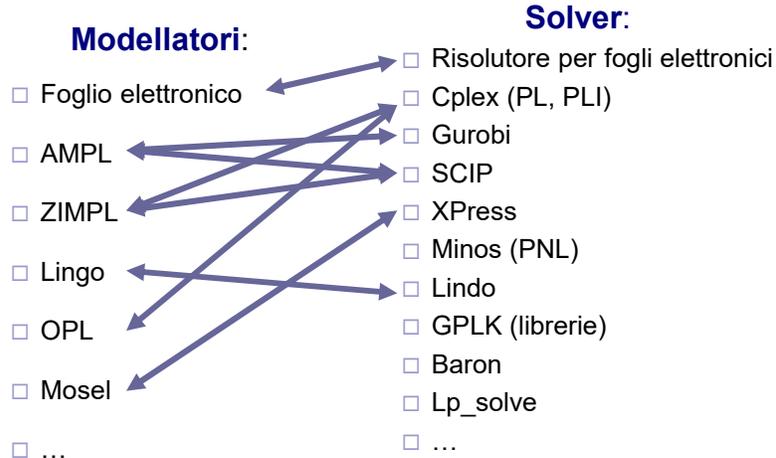
Un **modellatore** fornisce un'interfaccia verso un risolutore.



Obiettivi dei modellatori

- Disporre di un **linguaggio** semplice:
 - ad alto livello;
 - simile a quello di modellazione (linguaggio matematico);
 - formalmente strutturato;
 - possibilità di commenti.
- Mantenere la **separazione tra modello e dati** del problema: per cambiare l'istanza basta cambiare i dati, non il modello.
- Dialogare con **diversi solver** (strutture di I/O standardizzate).
- Linguaggio per script.

Possibili configurazioni (alcune)



Risolutori in fogli elettronici

- Descrivono il modello sotto utilizzando le formule di un foglio elettronico
- Caratteristiche:
 - ↳ Facilità di utilizzo (diffusione, interfaccia «familiare»)
 - ↳ Integrazione con tool di presentazione
 - ↳ Rigidità di utilizzo (no separazione modello/dati)
 - ↳ Motori di ottimizzazione poco efficienti
- Esempi
 - Risolutore (solver) integrato in Microsoft Excel
<http://www.solver.com/excel-solver-help>
 - Solver di LibreOffice
<https://help.libreoffice.org/Calc/Solver/it>

Risolutore di Excel

- Procedura di attivazione:
 - File → Opzioni → Componenti Aggiuntivi → Risolutore → Vai
 - Il solver si trova negli strumenti «Dati»
- Interfaccia intuitiva per indicare
 - Funzione obiettivo
 - Variabili («by changing cells»)
 - Vincoli (inclusa non negatività)
- Motori di ottimizzazione disponibili
 - Simplesso LP** (per modelli LINEARI): efficiente, esatto
 - GRG Non Lineare (per modelli «smooth», cioè funzioni «derivabili» per obiettivo e vincoli): meno efficiente, solo ottimi locali
 - Evolutionary (per modelli «qualsiasi»): metodo euristico (basato su algoritmi genetici)

Esempio

Un coltivatore ha a disposizione 12 ettari di terreno da coltivare a lattuga o a patate. Le risorse a sua disposizione, oltre al terreno, sono: 70 kg di semi di lattuga, 18 t di tuberi, 160 t di concime. Supponendo che il mercato sia in grado di assorbire tutta la produzione e che i prezzi siano stabili, la resa stimata per la coltivazione di lattuga è di 3000 €/ettaro e quella delle patate è di 5000 €/ettaro. L'assorbimento delle risorse per ogni tipo di coltivazione è di 7 kg di semi e 10 t di concime per ettaro di lattuga, e 3 t di tuberi e 20 di concime per le patate. Stabilire quanto terreno destinare a lattuga e quanto a patate in modo da massimizzare la resa economica e sfruttando al meglio le risorse disponibili.

Modello matematico

■ Variabili decisionali:

x_L : quantità in ettari da destinare a lattuga

x_P : quantità in ettari da destinare a patate

■ Funzione obiettivo:

$$\max 3000 x_L + 5000 x_P$$

■ Sistema dei vincoli:

$$x_L + x_P \leq 12 \quad (\text{ettari disponibili})$$

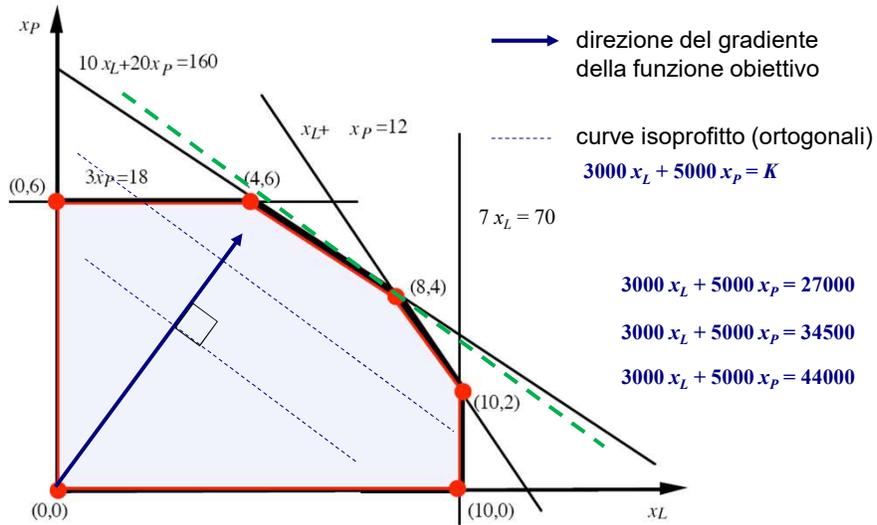
$$7 x_L \leq 70 \quad (\text{semi disponibili})$$

$$3 x_P \leq 18 \quad (\text{tuberi disponibili})$$

$$10 x_L + 20 x_P \leq 160 \quad (\text{concime disponibile})$$

$$x_L \geq 0, x_P \geq 0 \quad (\text{dominio})$$

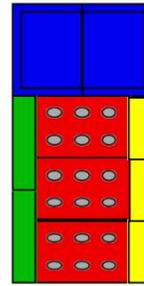
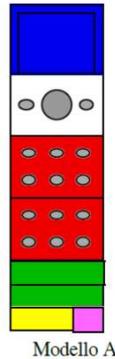
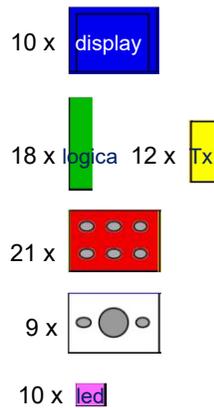
Soluzione: metodo grafico



Soluzione

- Soluzione empirica con [foglio elettronico](#)

Problemi di ottimizzazione: un “gioco”



Obiettivo:



Quanti A?

Quanti B?

Esercizio 1.

Per l'assemblaggio di telecomandi, si hanno a disposizione 10 moduli display, 18 moduli di logica di controllo, 12 moduli di trasmissione, 21 tastierini, 9 moduli di navigazione e 10 moduli led. I telecomandi sono di due tipi. Il tipo A richiede un display, un modulo di navigazione, 2 tastierini, 2 moduli di logica, un modulo di trasmissione e un led. Il tipo B richiede 2 display, 3 tastierini, 2 moduli di logica e 3 moduli di trasmissione. Considerando che il tipo A permette un guadagno netto di 3 euro e il tipo B di 6 euro, determinare la produzione che massimizza il guadagno.

Risolvere il problema con il Risolutore di Excel

Modello PLI

Siano x_A e x_B le quantità di telecomandi di tipo A e B

$$\max 3 x_A + 6 x_B \quad (\text{guadagno complessivo})$$

s.t.

$$\begin{array}{rcll} x_A + 2 x_B & \leq & 10 & (\text{display}) \\ x_A & \leq & 9 & (\text{navigazione}) \\ 2 x_A + 3 x_B & \leq & 21 & (\text{tastierini}) \\ 2 x_A + 2 x_B & \leq & 18 & (\text{logica}) \\ x_A + 3 x_B & \leq & 12 & (\text{trasmissione}) \\ x_A & \leq & 10 & (\text{led}) \end{array}$$

$$x_A, x_B \in \mathbb{Z}_+$$