

Ricerca Operativa

1. Introduzione

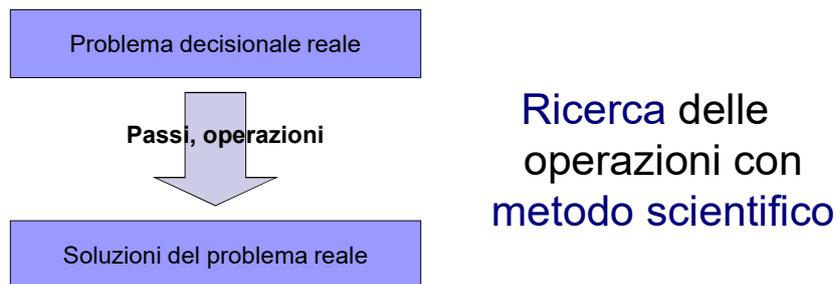
Docente

- Luigi De Giovanni
- Dipartimento di Matematica
(Torre Archimede) – uff. 427
- Tel. 049 827 1349
- email: luigi@math.unipd.it
- www.math.unipd.it/~luigi

- Ricevimento: giovedì, h 10.30 – 12.30
(su appuntamento via e-mail)

Cosa è la Ricerca Operativa?

- Supporto ai processi decisionali in sistemi complessi



Luigi De Giovanni - Ricerca Operativa - 1. Introduzione

1.3

Una definizione (wikipedia)

La **ricerca operativa** (nota anche come **teoria delle decisioni**, **scienza della gestione** o, in inglese, **operations research** -"Operational Research" in Europa- e indicata con le sigle RO o OR) fornisce strumenti **matematici** di supporto alle attività decisionali in cui occorre gestire e coordinare attività e risorse limitate al fine di **massimizzare o minimizzare** una funzione obiettivo.

La ricerca operativa si occupa di **formalizzare** un problema in un modello matematico e calcolare una soluzione ottima, quando possibile, o approssimata (detta anche subottima) per esso.

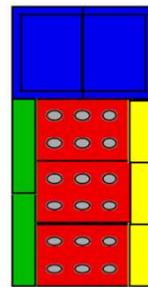
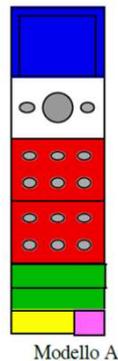
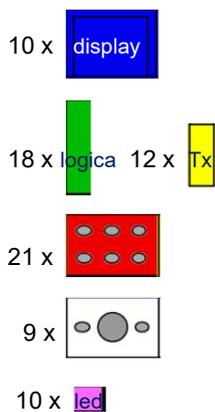
Essa costituisce un **approccio scientifico** alla risoluzione di problemi complessi, si può ricondurre all'ambito della matematica applicata ma presenta forti caratteristiche **interdisciplinari** relative in prevalenza a matematica, informatica, economia e finanza, ingegneria ed altre. Inoltre la ricerca operativa ha molte applicazioni commerciali soprattutto negli ambiti economico, infrastrutturale, logistico, militare, della progettazione di servizi e di sistemi di trasporto e nelle tecnologie. (...)

La ricerca operativa riveste un ruolo importante nelle attività decisionali perché permette di operare le **scelte migliori** per raggiungere un determinato obiettivo rispettando **vincoli** che sono imposti dall'esterno e non sono sotto il controllo di chi deve compiere le decisioni.

Luigi De Giovanni - Ricerca Operativa - 1. Introduzione

1.4

Problemi di ottimizzazione: un “gioco”



Obiettivo:



Quanti A?

Quanti B?



Problemi di ottimizzazione

- Determinare la migliore configurazione di sistemi complessi sotto condizioni di utilizzo di risorse scarse
 - Mix ottimo di produzione
 - Pianificazione della produzione, schedulazione di processi
 - Determinazione dei turni del personale
 - Determinazione di percorsi ottimali
 - Organizzazione dei flussi di dati in una rete di telecom.
 - Individuazione di sequenze genomiche
 - Pianificazione e gestione operativa di reti di trasporto
 - etc. etc. etc.

Gli scopi della Ricerca Operativa

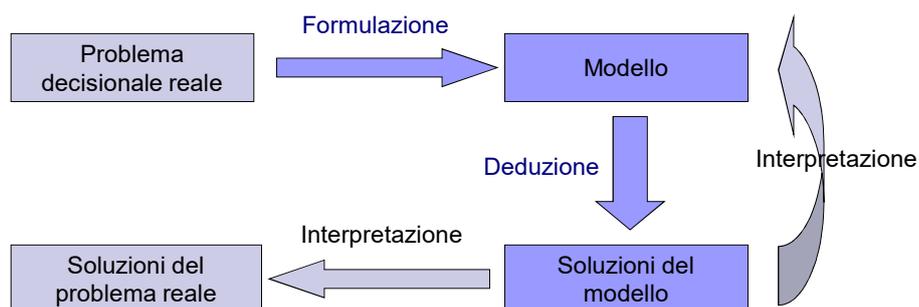
- E' spesso "facile" generare soluzioni ammissibili
- E' spesso "facile" proporre soluzioni "ragionevoli"

Ma...

- Come **certificare** che una soluzione proposta è la migliore in assoluto (ottima)?
- Come valutare il **valore intrinseco** delle risorse (un ettaro di terreno)
- Come valutare la **stabilità** della soluzione proposta in funzione di variazioni dei dati (rendite della produzione, risorse disponibili etc.)?
- Come stabilire le soluzioni ottime in problemi simili (prospettiva **modellistica** e **algoritmica**)?

Uso di **strumenti** matematici e algoritmici: Ricerca Operativa!

Il metodo della Ricerca Operativa



- **Formulazione**: modelli matematici, modelli su grafo, modelli di simulazione, modelli di teoria dei giochi etc.
- **Deduzione**: metodi quantitativi, algoritmi efficienti

Esempio

Un coltivatore ha a disposizione 12 ettari di terreno da coltivare a lattuga o a patate. Le risorse a sua disposizione, oltre al terreno, sono: 70 kg di semi di lattuga, 18 t di tuberi, 160 t di concime. Supponendo che il mercato sia in grado di assorbire tutta la produzione e che i prezzi siano stabili, la resa stimata per la coltivazione di lattuga è di 3000 €/ettaro e quella delle patate è di 5000 €/ettaro. L'assorbimento delle risorse per ogni tipo di coltivazione è di 7 kg di semi e 10 t di concime per ettaro di lattuga, e 3 t di tuberi e 20 di concime per le patate. Stabilire quanto terreno destinare a lattuga e quanto a patate in modo da massimizzare la resa economica e sfruttando al meglio le risorse disponibili.

Costruzione del modello

- Cosa bisogna decidere?
⇒ **variabili decisionali (incognite)**
- Quale è l'obiettivo?
⇒ **funzione obiettivo**
- Come sono caratterizzate le soluzioni ammissibili?
⇒ **vincoli del problema (relazioni tra incognite)**
- **Modelli matematici:** funzione obiettivo e vincoli sono espressi come relazioni matematiche tra le variabili decisionali

Modello matematico

- **Variabili decisionali:**

x_L : quantità in ettari da destinare a lattuga

x_P : quantità in ettari da destinare a patate

- **Funzione obiettivo:**

$$\max 3000 x_L + 5000 x_P$$

- **Sistema dei vincoli:**

$$x_L + x_P \leq 12 \quad (\text{ettari disponibili})$$

$$7 x_L \leq 70 \quad (\text{semi disponibili})$$

$$3 x_P \leq 18 \quad (\text{tuberi disponibili})$$

$$10 x_L + 20 x_P \leq 160 \quad (\text{concime disponibile})$$

$$x_L \geq 0, x_P \geq 0 \quad (\text{dominio})$$

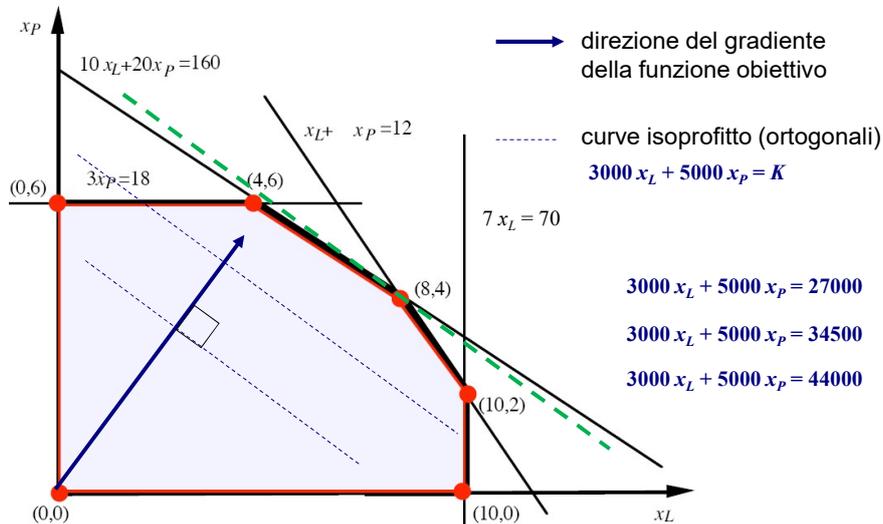
Soluzione

- Soluzione empirica con [foglio elettronico](#)

- Facile ottenere soluzioni ammissibili...

- ...ma abbiamo ottenuto la soluzione **ottima?**

Soluzione: metodo grafico



1.13

Modelli di programmazione lineare

- Il metodo grafico funziona grazie a:
 - ⇒ linearità della funzione obiettivo
 - ⇒ linearità dei vincoli
- Sotto queste ipotesi (come vedremo meglio in seguito), una soluzione si trova su un vertice della regione ammissibile: l'ultimo toccato traslando le rette isoprofitto nella direzione del gradiente
- Si parla in questi casi di **modelli di programmazione lineare (PL)**
- Con più variabili... geometria \approx algebra

Luigi De Giovanni - Ricerca Operativa - 1. Introduzione

1.14

Soluzione: sw di ottimizzazione

- Risolutore per fogli di calcolo ([Excel](#), Calc etc.)
- Software di ottimizzazione
 - Linguaggi di modellazione matematica (OPL, [AMPL](#), Mosel, Lingo, GAMS etc.)
 - Motori di ottimizzazione (Cplex, Gurobi, Xpress, Scip, CoinOR, GPLK, LPSolve etc.)
- Importante disporre di un buon modello matematico: considereremo modelli di programmazione lineare (PL)

Programma di massima (*7* CFU)

1. **Problemi di ottimizzazione e modelli. Lab: utilizzo di pacchetti software.**
2. **Programmazione lineare:**
 - teoria e metodo del simplesso;
 - teoria della dualità e applicazioni.
3. **Ottimizzazione su grafi:** modelli e algoritmi per
 - albero ricoprente di costo minimo;
 - problema del cammino minimo;
 - problemi di flusso su reti (flusso massimo, flusso di costo minimo).
4. **Introduzione alla Programm. Lineare Intera e all'Ottimizzazione Combinatoria:**
 - metodo del Branch & Bound per PLI (esempio su problemi di zaino);
 - cenni sui metodi euristici e metaeuristici (ricerca locale e varianti).

TESTI DI RIFERIMENTO

- **Dispense fornite dal docente.**
- Matteo Fischetti, "Lezioni di Ricerca Operativa", II/III edizione, Edizioni Libreria Progetto, Padova, 1999/2013 (*per consultazione*).

Organizzazione del corso

■ Lezioni / Esercitazioni (1c150 / LabP140+036)

- martedì 8.30 – 10.30 lezione
- martedì 12:30 – 14:30 laboratorio / lezione: *consultare orario ufficiale e AVVISI*
- mercoledì 8.30 – 10.30 lezione

■ Ricevimento

- giovedì 10.30 – 12.30 (su appuntamento via e-mail)

■ Modalità d'esame (regole)

- Scritto (integrabile con la discussione di un mini-progetto)

■ Materiali e avvisi su

<http://www.math.unipd.it/~luigi/courses/ricop/ricop.html>