Ricerca Operativa

Laboratorio: utilizzo di solver per programmazione matematica

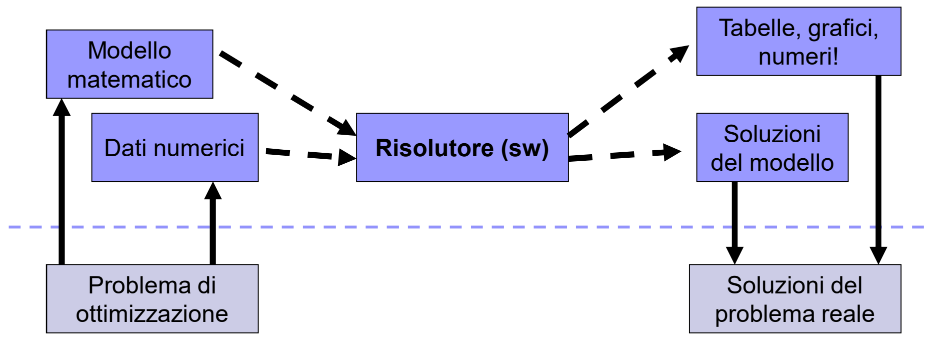
Elementi di un modello di Programmazione Matematica

- **Insiemi**: elementi del sistema;
- **Parametri**: dati del problema;
- **Variabili decisionali o di controllo**: grandezze sulle quali possiamo agire;
- **Vincoli**: relazioni matematiche che descrivono le condizioni di ammissibilità delle soluzioni.
- **Funzione obiettivo**: e la quantità da massimizzare o minimizzare.

Un modello **dichiara** le caratteristiche della soluzione ottima in linguaggio matematico

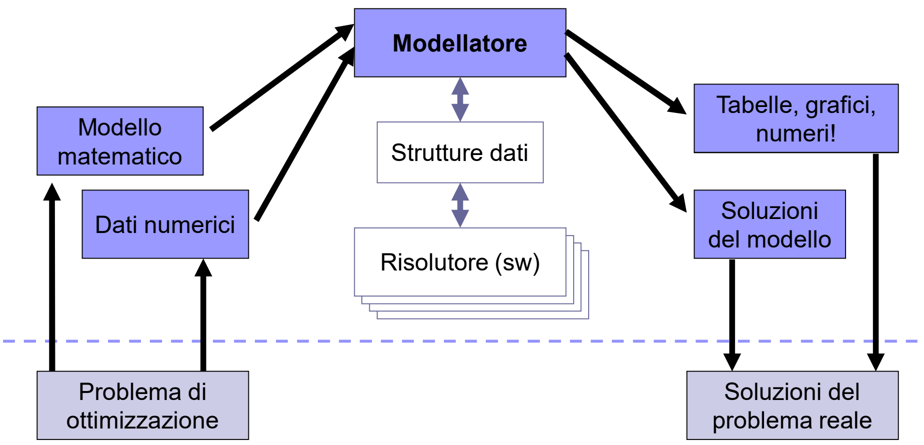
Utilizzo di solver

Un **solver** (o risolutore) è un software che riceve in input una descrizione di un problema di ottimizzazione e produce in output la soluzione ottima del modello e informazioni ad essa collegate.



Ruolo dei modellatori

Un **modellatore** fornisce un'interfaccia verso un risolutore.



Obiettivi dei modellatori

- Disporre di un **linguaggio** semplice:
  - ad alto livello;
  - simile a quello di modellazione (linguaggio matematico);
  - formalmente strutturato;
  - possibilità di commenti.
- Mantenere la **separazione tra modello e dati** del problema: per cambiare l'istanza basta cambiare i dati, non il modello.
- Dialogare con **diversi solver** (strutture di I/O standardizzate).
- Linguaggio per script.

Possibili configurazioni (alcune)

Modellatori:

- Foglio elettronico
- AMPL
- ZIMPL
- Lingo
- OPL
- Mosel
- …

Solver:

- Risolutore per fogli elettronici
- Cplex (PL, PLI, …)
- Gurobi
- SCIP
- XPress
- Minos (PNL)
- Lindo
- GPLK (librerie)
- Baron
- Lp_solve
- …

Risolutori in fogli elettronici

- Descrivono il modello sotto utilizzando le formule di un foglio elettronico
- Caratteristiche:
  - Facilità di utilizzo (diffusione, interfaccia «familiare»)
  - Integrazione con tool di presentazione
  - Rigidità di utilizzo (no separazione modello/dati)
  - Motori di ottimizzazione poco efficienti
- Esempi
  - Risolutore (solver) integrato in Microsoft Excel
    http://www.solver.com/excel-solver-help
  - Solver di LibreOffice
    https://help.libreoffice.org/Calc/Solver/it

Risolutore di Excel

- Procedura di attivazione:
  - File → Opzioni → Componenti Aggiuntivi → Risolutore → Vai
  - Il solver si trova negli strumenti «Dati»
- Interfaccia intuitiva per indicare
  - Funzione obiettivo
  - Variabili («by changing cells»)
  - Vincoli (inclusa non negatività)
- Motori di ottimizzazione disponibili
  - **Simplesso LP** (per modelli LINEARI): efficiente, esatto
  - GRG Non Lineare (per modelli «smooth», cioè funzioni «derivabili» per obiettivo e vincoli): meno efficiente, ottimi locali
  - Evolutionary (per modelli «qualsiasi»): metodo euristico (basato su algoritmi genetici)

Esempio

Un coltivatore ha a disposizione 12 ettari di terreno da coltivare a lattuga o a patate. Le risorse a sua disposizione, oltre al terreno, sono: 70 kg di semi di lattuga, 18 t di tuberi, 160 t di concime. Supponendo che il mercato sia in grado di assorbire tutta la produzione e che i prezzi siano stabili, la resa stimata per la coltivazione di lattuga è di 3000 €/ettaro e quella delle patate è di 5000 €/ettaro. L'assorbimento delle risorse per ogni tipo di coltivazione è di 7 kg di semi e 10 t di concime per ettaro di lattuga, e 3 t di tuberi e 20 di concime per le patate. Stabilire quanto terreno destinare a lattuga e quanto a patate in modo da massimizzare la resa economica e sfruttando al meglio le risorse disponibili.

Modello matematico

- **Variabili decisionali:**
  x_L : quantità in ettari da destinare a lattuga
  x_P : quantità in ettari da destinare a patate
- **Funzione obiettivo:**
  $max\ 3000\, x_L + 5000\, x_P$
- **Sistema dei vincoli:**

$x_L + x_P \leq 12$ (ettari disponibili)

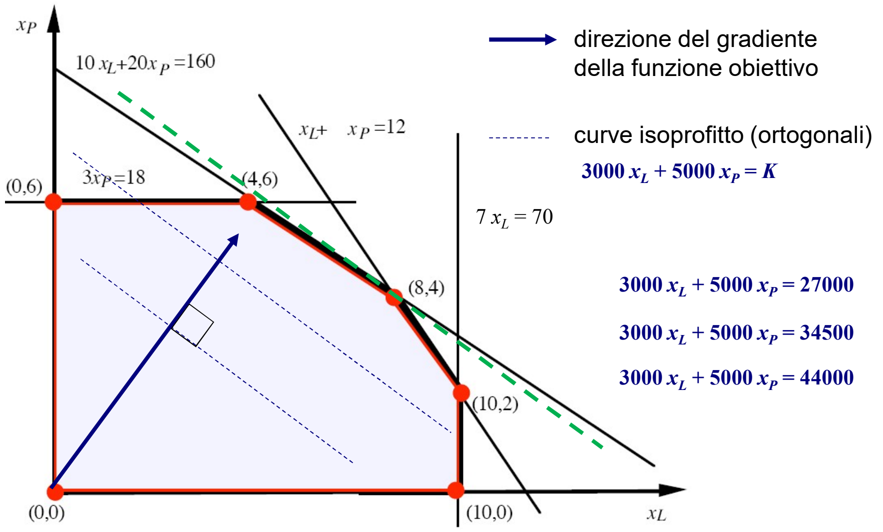
$7\, x_L \leq 70$ (semi disponibili)

$3\, x_P \leq 18$ (tuberi disponibili)

$10\, x_L + 20\, x_P \leq 160$ (concime disponibile)

$x_L \geq 0,\ x_P \geq 0$ (dominio)

Soluzione: metodo grafico



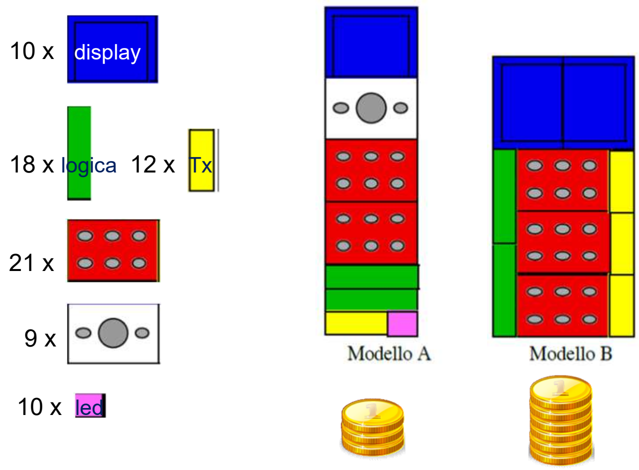
Soluzione

- Soluzione empirica con foglio elettronico

- Soluzione ottima con il *Risolutore*

- [Risorse: *risolutore.xls*]

Problemi di ottimizzazione: un “gioco”



Obiettivo:

Quanti A?

Quanti B?

Esercizio 1.

Per l’assemblaggio di telecomandi, si hanno a disposizione 10 moduli display, 18 moduli di logica di controllo, 12 moduli di trasmissione, 21 tastierini, 9 moduli di navigazione e 10 moduli led. I telcomandi sono di due tipi. Il tipo A richiede un display, un modulo di navigazione, 2 tastierini, 2 moduli di logica, un modulo di trasmissione e un led. Il tipo B richiede 2 display, 3 tastierini, 2 moduli di logica e 3 moduli di trasmissione. Considerando che il tipo A premette un guadagno netto di 3 euro e il tipo B di 6 euro, determinare la produzione che massimizza il guadagno.

Risolvere il problema con il Risolutore di Excel

Modello PLI

Siano x_A e x_B le quantità di telefoni di tipo A e B

$$
\begin{array}{lrll}
\max & 3\,x_A + 6\,x_B & & \text{(guadagno complessivo)} \\
s.t. & & & \\
& x_A + 2\,x_B & \le 10 & \text{(display)} \\
& x_A & \le 9 & \text{(navigazione)} \\
& 2\,x_A + 3\,x_B & \le 21 & \text{(tastierini)} \\
& 2\,x_A + 2\,x_B & \le 18 & \text{(logica)} \\
& x_A + 3\,x_B & \le 12 & \text{(trasmissione)} \\
& x_A & \le 10 & \text{(led)}
\end{array}
$$

$$x_A\,,\, x_B \in \mathbb{Z}_+$$

Esercizi

Risolvere con il Risolutore di Excel i seguenti problemi visti a lezione:

- Problema della dieta
- Problema dei trasporti

[risorse: *risolutore.xls*]