

Ricerca Operativa

1. Introduzione



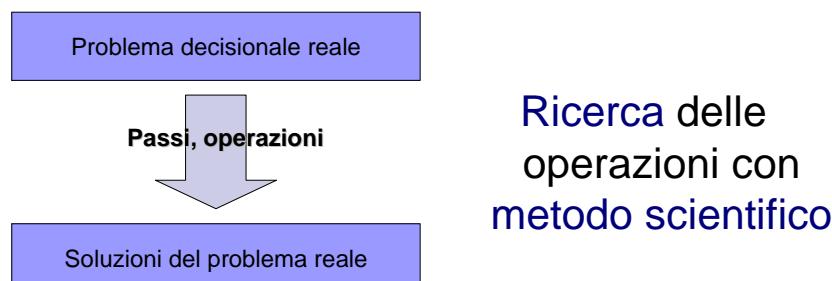
Docenti

- Luigi De Giovanni - Giacomo Zambelli
- Dipartimento di Matematica Pura e Applicata (Torre Archimede)
- Tel. 049 827 1349 / 1348
- email: luigi - giacomo @math.unipd.it
- www.math.unipd.it/~luigi - ~giacomo

- Ricevimento: su appuntamento via e-mail

Cosa è la Ricerca Operativa?

- Supporto ai processi decisionali in sistemi complessi



Una definizione ([wikipedia](#))

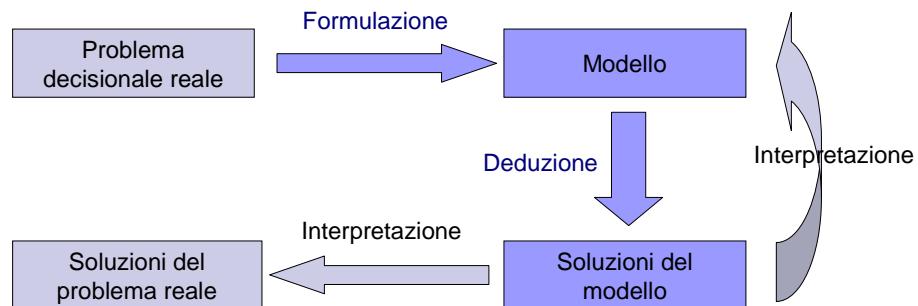
La **ricerca operativa** (nota anche come **teoria delle decisioni**, **scienza della gestione** o, in inglese, **operations research** ("Operational Research" in Europa) e indicata con le sigle **RO** o **OR**) fornisce strumenti matematici di supporto alle attività decisionali in cui occorre gestire e coordinare attività e risorse limitate al fine di massimizzare o minimizzare una funzione obiettivo.

La ricerca operativa si occupa di formalizzare un problema in un modello matematico e calcolare una soluzione ottima, quando possibile, o approssimata (detta anche subottima) per esso.

Essa costituisce un approccio scientifico alla risoluzione di problemi complessi, si può ricondurre all'ambito della matematica applicata ma presenta forti caratteristiche interdisciplinari relative in prevalenza a matematica, informatica, economia e finanza, ingegneria ed altre. Inoltre la ricerca operativa ha molte applicazioni commerciali soprattutto negli ambiti economico, infrastrutturale, logistico, militare, della progettazione di servizi e di sistemi di trasporto e nelle tecnologie. Nel caso particolare di problemi di carattere economico, la funzione da massimizzare può coincidere con il massimo profitto ottenibile o con il minor costo da sostenere.

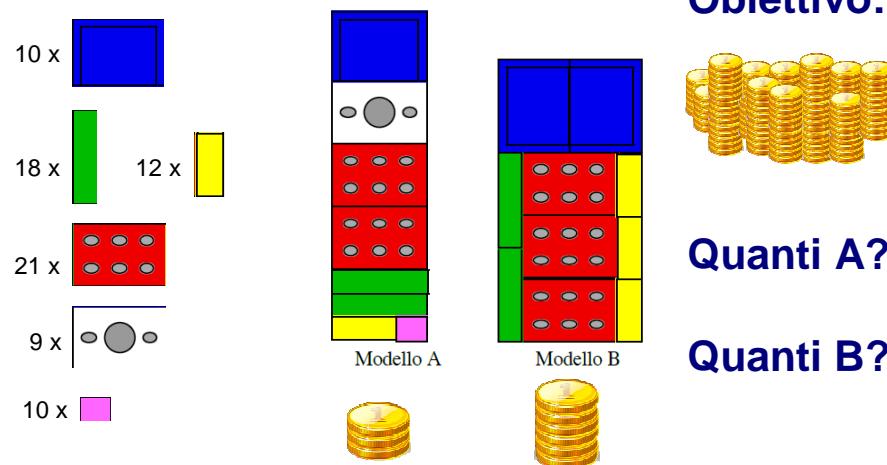
La ricerca operativa riveste un ruolo importante nelle attività decisionali perché permette di operare le scelte migliori per raggiungere un determinato obiettivo rispettando vincoli che sono imposti dall'esterno e non sono sotto il controllo di chi deve compiere le decisioni.

Il metodo della Ricerca Operativa



- **Formulazione:** modelli matematici, modelli su grafo, modelli di simulazione, modelli di teoria dei giochi etc.
- **Deduzione:** metodi quantitativi, algoritmi efficienti

Problemi di ottimizzazione: un “gioco”



Problemi di ottimizzazione

- Determinare la migliore configurazione di sistemi complessi sotto condizioni di utilizzo di risorse scarse
 - Pianificazione della produzione
 - Determinazione dei turni del personale
 - Determinazione di percorsi ottimali
 - Organizzazione dei flussi di dati in una rete di telecomunicazione
 - etc. etc. etc.

Gli scopi della Ricerca Operativa

- E' "facile" generare soluzioni ammissibili
- E' "facile" proporre soluzioni "ragionevoli"

Ma...

- Come **certificare** che una soluzione proposta è la migliore in assoluto (ottima)?
- Come valutare il **valore intrinseco** delle risorse (un ettaro di terreno)
- Come valutare la **stabilità** della soluzione proposta in funzione di variazioni dei dati (rendite della produzione, risorse disponibili etc.)?
- Come stabilire le soluzioni ottime in problemi simili (prospettiva **modellistica e algoritmica**)?

Uso di **strumenti** matematici e algoritmici: Ricerca Operativa!

Esempio

Un coltivatore ha a disposizione 12 ettari di terreno da coltivare a lattuga o a patate. Le risorse a sua disposizione, oltre al terreno, sono: 70 kg di semi di lattuga, 18 t di tuberi, 160 t di concime. Supponendo che il mercato sia in grado di assorbire tutta la produzione e che i prezzi siano stabili, la resa stimata per la coltivazione di lattuga è di 3000 €/ettaro e quella delle patate è di 5000 €/ettaro. L'assorbimento delle risorse per ogni tipo di coltivazione è di 7 kg di semi e 10 t di concime per ettaro di lattuga, e 3 t di tuberi e 20 di concime per le patate. Stabilire quanto terreno destinare a lattuga e quanto a patate in modo da massimizzare la resa economica e sfruttando al meglio le risorse disponibili.

Costruzione del modello

- Cosa bisogna decidere?
⇒ **variabili decisionali (incognite)**
- Quale è l'obiettivo?
⇒ **funzione obiettivo**
- Come sono caratterizzate le soluzioni ammissibili?
⇒ **vincoli del problema (relazioni tra incognite)**
- **Modelli matematici:** funzione obiettivo e vincoli sono espressi come relazioni matematiche tra le variabili decisionali

Modello matematico

- Variabili decisionali:

x_L , x_P : quantità in ettari da destinare a lattuga e a patate

- Funzione obiettivo:

$$\max 3000 x_L + 5000 x_P$$

- Sistema dei vincoli:

$$x_L + x_P \leq 12 \quad (\text{ettari disponibili})$$

$$7 x_L \leq 70 \quad (\text{semi disponibili})$$

$$3 x_P \leq 18 \quad (\text{tuberi disponibili})$$

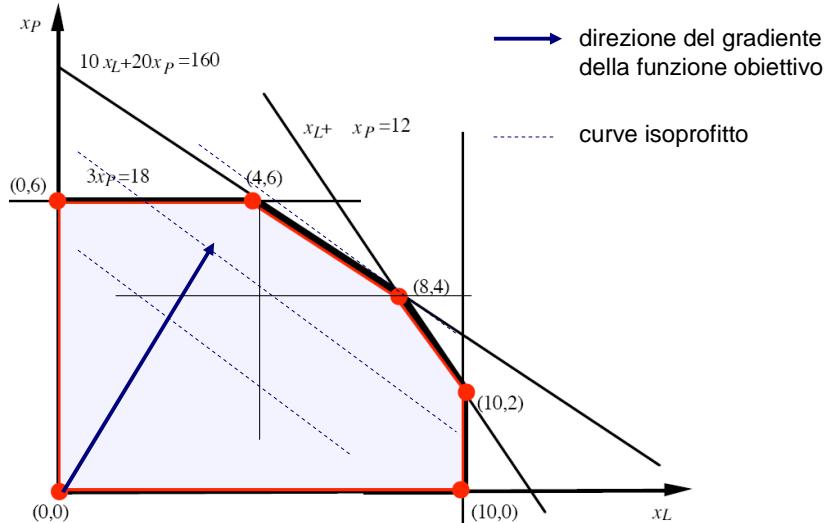
$$10 x_L + 20 x_P \leq 160 \quad (\text{concime disponibile})$$

$$x_L \geq 0, x_P \geq 0 \quad (\text{dominio})$$

Soluzione

- Soluzione empirica con foglio elettronico
- Facile ottenere soluzioni ammissibili...
- ...ma abbiamo ottenuto la soluzione ottima?

Soluzione: metodo grafico



Modelli di programmazione lineare

- Il metodo grafico funziona grazie a:
 - ⇒ linearità della funzione obiettivo
 - ⇒ linearità dei vincoli
- Sotto queste ipotesi (come vedremo meglio in seguito), una soluzione si trova su un vertice della regione ammissibile: l'ultimo toccato traslando le rette isoprofitto nella direzione del gradiente
- Si parla in questi casi di modelli di programmazione lineare (PL)

Soluzione dei modelli

- Risolutore di Excel
- Software di ottimizzazione
 - Linguaggi di modellazione matematica (AMPL, Mosel, OPL, Lingo, GAMS etc.)
 - Motori di ottimizzazione (Cplex, Xpress, GPLK, LPsolve etc.)
- Importante disporre di un buon modello matematico: considereremo modelli di programmazione lineare (PL)