

ANALISI MATEMATICA 1
Commissione V. Casarino, P. Mannucci, C. Marchi
Ingegneria Gestionale, Meccanica-Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 24 Febbraio 2012

TEMA 1

Esercizio 1 (9 punti). Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}\right)$$

- (a) Determinare il dominio di f , eventuali simmetrie, periodicità e segno.
- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (d) Studiare la convessità e determinare gli eventuali flessi.
- (e) Disegnare un grafico qualitativo di f in tutto il dominio.

Facoltativo: Individuare il più grande intervallo contenente 0 in cui la funzione è invertibile; individuare la funzione inversa ed il suo dominio.

Esercizio 2. (8 punti)

- (a) Calcolare una primitiva di

$$f(x) = \frac{1}{x^3} \arctan\left(\frac{2}{x}\right).$$

- (b) Dire se l'integrale generalizzato $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ converge e in caso affermativo calcolarlo.

Esercizio 3 (7 punti)

- (a) Stabilire per quali $\alpha > 0$, la successione $a_k = \tan \frac{1}{k} - \sin \frac{1}{k^\alpha}$ converge per $k \rightarrow +\infty$.
- (b) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$$

al variare di $\alpha > 0$.

Esercizio 4 (7 punti). Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \log\left(y \log(x-1)\right).$$

- (a) Trovare e disegnare in \mathbb{R}^2 il dominio di definizione. Dire se è aperto, chiuso, né aperto né chiuso.
- (b) Calcolare il piano tangente al grafico in $(e+1, 1)$.

Tempo: **due ore e mezza**. Motivare tutte le risposte

N.B. Le parti facoltative vanno fatte dopo aver fatto le altre parti e non servono per ottenere l'ammissione all'orale.

N.B. Chi è sorpreso a parlare o copiare non solo verrà allontanato dall'aula ma non potrà sostenere l'appello successivo a questo.

ANALISI MATEMATICA 1
Commissione V. Casarino, P. Mannucci, C. Marchi
Ingegneria Gestionale, Meccanica-Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 24 Febbraio 2012

TEMA 2

Esercizio 1 (9 punti). Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^{3x}}{e^{3x} + 1}\right)$$

- (a) Determinare il dominio di f , eventuali simmetrie, periodicità e segno.
- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (d) Studiare la convessità e determinare gli eventuali flessi.
- (e) Disegnare un grafico qualitativo di f in tutto il dominio.

Facoltativo: Individuare il più grande intervallo contenente 0 in cui la funzione è invertibile; individuare la funzione inversa ed il suo dominio.

Esercizio 2. (8 punti)

- (a) Calcolare una primitiva di

$$f(x) = \frac{2}{x^3} \arctan\left(\frac{1}{x}\right).$$

- (b) Dire se l'integrale generalizzato $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ converge e in caso affermativo calcolarlo.

Esercizio 3 (7 punti)

- (a) Stabilire per quali $\beta > 0$ la successione $a_k = \sin \frac{1}{k^\beta} - e^{1/k} + 1$ converge per $k \rightarrow +\infty$.
- (b) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$$

al variare di $\beta > 0$.

Esercizio 4 (7 punti). Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \log\left((y-2)\log x\right).$$

- (a) Trovare e disegnare in \mathbb{R}^2 il dominio di definizione. Dire se è aperto, chiuso, né aperto né chiuso.
- (b) Calcolare il piano tangente al grafico in $(e, 3)$.

Tempo: **due ore e mezza**. Motivare tutte le risposte

N.B. Le parti facoltative vanno fatte dopo aver fatto le altre parti e non servono per ottenere l'ammissione all'orale.

N.B. Chi è sorpreso a parlare o copiare non solo verrà allontanato dall'aula ma non potrà sostenere l'appello successivo a questo.

ANALISI MATEMATICA 1
Commissione V. Casarino, P. Mannucci, C. Marchi
Ingegneria Gestionale, Meccanica-Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 24 Febbraio 2012

TEMA 3

Esercizio 1 (9 punti). Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^{2x}}{e^{2x} + 2}\right)$$

- (a) Determinare il dominio di f , eventuali simmetrie, periodicità e segno.
- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (d) Studiare la convessità e determinare gli eventuali flessi.
- (e) Disegnare un grafico qualitativo di f in tutto il dominio.

Facoltativo: Individuare il più grande intervallo contenente 0 in cui la funzione è invertibile; individuare la funzione inversa ed il suo dominio.

Esercizio 2. (8 punti)

- (a) Calcolare una primitiva di

$$f(x) = \frac{1}{x^3} \arctan\left(\frac{3}{x}\right).$$

- (b) Dire se l'integrale generalizzato $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ converge e in caso affermativo calcolarlo.

Esercizio 3 (7 punti)

- (a) Stabilire per quali $\alpha > 0$ la successione $a_k = \sin \frac{1}{k} - \sinh \frac{1}{k^\alpha}$ converge per $k \rightarrow +\infty$.
- (b) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$$

al variare di $\alpha > 0$.

Esercizio 4 (7 punti) Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \log\left(x \log(y - 1)\right).$$

- (a) Trovare e disegnare in \mathbb{R}^2 il dominio di definizione. Dire se è aperto, chiuso, né aperto né chiuso.
- (b) Calcolare il piano tangente al grafico in $(1, e + 1)$.

Tempo: **due ore e mezza**. Motivare tutte le risposte

N.B. Le parti facoltative vanno fatte dopo aver fatto le altre parti e non servono per ottenere l'ammissione all'orale.

N.B. Chi è sorpreso a parlare o copiare non solo verrà allontanato dall'aula ma non potrà sostenere l'appello successivo a questo.

ANALISI MATEMATICA 1
Commissione V. Casarino, P. Mannucci, C. Marchi
Ingegneria Gestionale, Meccanica-Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 24 Febbraio 2012

TEMA 4

Esercizio 1 (9 punti). Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^{3x}}{e^{3x} + 2}\right)$$

- (a) Determinare il dominio di f , eventuali simmetrie, periodicità e segno.
- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (d) Studiare la convessità e determinare gli eventuali flessi.
- (e) Disegnare un grafico qualitativo di f in tutto il dominio.

Facoltativo: Individuare il più grande intervallo contenente 0 in cui la funzione è invertibile; individuare la funzione inversa ed il suo dominio.

Esercizio 2. (8 punti)

- (a) Calcolare una primitiva di

$$f(x) = \frac{3}{x^3} \arctan\left(\frac{1}{x}\right).$$

- (b) Dire se l'integrale generalizzato $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ converge e in caso affermativo calcolarlo.

Esercizio 3 (7 punti)

- (a) Stabilire per quali $\beta > 0$ la successione $a_k = e^{1/k^\beta} - 1 - \sin \frac{1}{k}$ converge per $k \rightarrow +\infty$.
- (b) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$$

al variare di $\beta > 0$.

Esercizio 4 (7 punti) Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \log\left((x-2)\log y\right).$$

- (a) Trovare e disegnare in \mathbb{R}^2 il dominio di definizione. Dire se è aperto, chiuso, né aperto né chiuso.
- (b) Calcolare il piano tangente al grafico in $(3, e)$.

Tempo: **due ore e mezza**. Motivare tutte le risposte

N.B. Le parti facoltative vanno fatte dopo aver fatto le altre parti e non servono per ottenere l'ammissione all'orale.

N.B. Chi è sorpreso a parlare o copiare non solo verrà allontanato dall'aula ma non potrà sostenere l'appello successivo a questo.