

ANALISI MATEMATICA 1
Commissione V. Casarino, P. Mannucci, C. Marchi
Ingegneria Gestionale, Meccanica-Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 7 Febbraio 2012

TEMA 1

Esercizio 1 (9 punti) Si consideri la funzione

$$f(x) = \log |e^{2x} - 1| + \frac{2}{e^{2x} - 1}.$$

- (a) Determinare il dominio di f , eventuali simmetrie e periodicità, i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (b) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (c) Disegnare un grafico qualitativo di f in tutto il dominio.
Non è richiesto lo studio della convessità della funzione.

Facoltativo: Stabilire se esiste un punto $x_0 > 0$ tale che $f(x_0) < 2x_0$.

Esercizio 2 (7 punti) Si consideri la funzione

$$\frac{2e^{2x} - 5e^x}{\sqrt{e^{2x} - 5e^x + 6}}.$$

- (a) Trovarne una primitiva.
- (b) Calcolarne l'integrale sull'intervallo $(\log 4, +\infty)$.

Esercizio 3 (8 punti)

- (a) Scrivere lo sviluppo di McLaurin di ordine 3 della funzione

$$g(x) = \log(1 + \sin(3x)) - \alpha \arctan(3x) + \frac{9}{2}x^2,$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.

- (b) Determinare α in modo tale che

$$g(x) = o(x^2) \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

Esercizio 4 (7 punti) Studiare la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{3n - 2 \log n}.$$

Tempo: **due ore e mezza**. Motivare tutte le risposte

N.B. Le parti facoltative vanno fatte dopo aver fatto le altre parti e non servono per ottenere l'ammissione all'orale.

N.B. Chi è sorpreso a parlare o copiare non solo verrà allontanato dall'aula ma non potrà sostenere l'appello successivo a questo.

ANALISI MATEMATICA 1
Commissione V. Casarino, P. Mannucci, C. Marchi
Ingegneria Gestionale, Meccanica-Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 7 Febbraio 2012

TEMA 2

Esercizio 1. (9 punti) Si consideri la funzione

$$f(x) = \log |e^{4x} - 1| + \frac{3}{e^{4x} - 1}.$$

- (a) Determinare il dominio di f , eventuali simmetrie e periodicità, i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (b) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (c) Disegnare un grafico qualitativo di f in tutto il dominio.
Non è richiesto lo studio della convessità della funzione.

Facoltativo: Stabilire se esiste un punto $x_0 > 0$ tale che $f(x_0) < 4x_0$.

Esercizio 2 (7 punti) Si consideri la funzione

$$\frac{2e^{2x} + 2e^x}{\sqrt{e^{2x} + 2e^x - 8}}.$$

- (a) Trovarne una primitiva.
- (b) Calcolarne l'integrale sull'intervallo $(\log 3, +\infty)$.

Esercizio 3. (8 punti)

- (a) Scrivere lo sviluppo di McLaurin di ordine 3 della funzione

$$g(x) = \beta \arctan(2x) - \log(1 + \sin(2x)) - 2x^2,$$

al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$.

- (b) Determinare β in modo tale che

$$g(x) = o(x^2) \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

Esercizio 4. (7 punti) Studiare la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{4n - \log n}.$$

Tempo: **due ore e mezza**. Motivare tutte le risposte

N.B. Le parti facoltative vanno fatte dopo aver fatto le altre parti e non servono per ottenere l'ammissione all'orale.

N.B. Chi è sorpreso a parlare o copiare non solo verrà allontanato dall'aula ma non potrà sostenere l'appello successivo a questo.

ANALISI MATEMATICA 1
Commissione V. Casarino, P. Mannucci, C. Marchi
Ingegneria Gestionale, Meccanica-Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 7 Febbraio 2012

TEMA 3

Esercizio 1. (9 punti) Si consideri la funzione

$$f(x) = \log |e^{2x} - 1| + \frac{3}{e^{2x} - 1}.$$

- (a) Determinare il dominio di f , eventuali simmetrie e periodicità, i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (b) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (c) Disegnare un grafico qualitativo di f in tutto il dominio.
Non è richiesto lo studio della convessità della funzione.

Facoltativo: Stabilire se esiste un punto $x_0 > 0$ tale che $f(x_0) < 2x_0$.

Esercizio 2 (7 punti) Si consideri la funzione

$$\frac{2e^{2x} + e^x}{\sqrt{e^{2x} + e^x - 6}}.$$

- (a) Trovarne una primitiva.
- (b) Calcolarne l'integrale sull'intervallo $(\log 5, +\infty)$.

Esercizio 3. (8 punti)

- (a) Scrivere lo sviluppo di McLaurin di ordine 3 della funzione

$$g(x) = \log(1 - \sinh(3x)) + \alpha \arctan(3x) + \frac{9}{2}x^2,$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.

- (b) Determinare α in modo tale che

$$g(x) = o(x^2) \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

Esercizio 4. (7 punti) Studiare la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{3n - \log n}.$$

Tempo: **due ore e mezza**. Motivare tutte le risposte

N.B. Le parti facoltative vanno fatte dopo aver fatto le altre parti e non servono per ottenere l'ammissione all'orale.

N.B. Chi è sorpreso a parlare o copiare non solo verrà allontanato dall'aula ma non potrà sostenere l'appello successivo a questo.

ANALISI MATEMATICA 1
Commissione V. Casarino, P. Mannucci, C. Marchi
Ingegneria Gestionale, Meccanica-Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 7 Febbraio 2012

TEMA 4

Esercizio 1. (9 punti) Si consideri la funzione

$$f(x) = \log |e^{3x} - 1| + \frac{2}{e^{3x} - 1}.$$

- (a) Determinare il dominio di f , eventuali simmetrie e periodicità, i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (b) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f .
- (c) Disegnare un grafico qualitativo di f in tutto il dominio.
Non è richiesto lo studio della convessità della funzione.

Facoltativo: Stabilire se esiste un punto $x_0 > 0$ tale che $f(x_0) < 3x_0$.

Esercizio 2 (7 punti) Si consideri la funzione

$$\frac{2e^{2x} - e^x}{\sqrt{e^{2x} - e^x - 6}}.$$

- (a) Trovarne una primitiva.
- (b) Calcolarne l'integrale sull'intervallo $(\log 4, +\infty)$.

Esercizio 3. (8 punti)

- (a) Scrivere lo sviluppo di McLaurin di ordine 3 della funzione

$$g(x) = \log(1 - \sinh(2x)) + \beta \arctan(2x) + 2x^2,$$

al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$.

- (b) Determinare β in modo tale che

$$g(x) = o(x^2) \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

Esercizio 4. (7 punti) Studiare la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{2n - \log n}.$$

Tempo: **due ore e mezza**. Motivare tutte le risposte

N.B. Le parti facoltative vanno fatte dopo aver fatto le altre parti e non servono per ottenere l'ammissione all'orale.

N.B. Chi è sorpreso a parlare o copiare non solo verrà allontanato dall'aula ma non potrà sostenere l'appello successivo a questo.