Prima di uscire dall'aula, **CONSEGNARE QUESTO FOGLIO** indipendentemente dall'esito della prova. Nel caso, si barri "Ritirato" accanto alla firma.

ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA II (B)

Compito **A** - 16 dicembre 2009

Cognome e nome (stampatello): ....

Numero matricola: .... Corso di laurea: ....

Ordinamento: □ Nuovo (DM 270) □ Vecchio (ex DM 509)

Firma .... Ritirato □

Esercizio 1 Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{2\sin^2 x + \cos^4 x}{\tan x}\, dx\,.$$

Esercizio 2 Stabilire per quali valori del parametro reale $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ la seguente serie risulta convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log \sqrt[n]{|x|}}{nx^2+1}\, e^{n(x^2+x)}\,.$$

Esercizio 3 Trovare massimi e minimi relativi della funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita sull'aperto $D := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | y \neq 0\}$ da

$$f(x,y) := -\frac{1}{1+x^2} + \arctan y - \frac{\log|y|}{2}\,.$$

Esercizio 4 a) Enunciare la definizione di funzione assolutamente integrabile in senso improprio e il criterio di assoluta integrabilità per integrali impropri.

b) Stabilire se l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} \frac{\sin(xe^x+\log x)}{e^x}\, dx$ è convergente o meno.

Esercizio 5 a) Enunciare il criterio di Leibniz per la convergenza di una serie.

b) Stabilire se la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arctan\left(\tfrac{n}{n^2+1}\right)$$

è convergente o meno.

Esercizio 6 a) Enunciare il teorema del differenziale totale.

b) Dimostrare che la funzione $f(x,y) := \sin(x\log(1+y^2))$ è di classe C^1 su $\mathbb{R}^2$.