

Prima di uscire dall'aula, **CONSEGNARE QUESTO FOGLIO** indipendentemente dall'esito della prova. Nel caso, si barri "Ritirato" accanto alla firma.

ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA II (B)

Compito A - 17 settembre 2009

Cognome e nome (stampatello):

Numero matricola: Corso di laurea:

Ordinamento: Nuovo (DM 270) Vecchio (ex DM 509)

Firma Ritirato

Esercizio 1 Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}} dx.$$

Esercizio 2 Stabilire per quali valori del parametro reale $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie risulta convergente:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (|x^2 - 5| - \cos \frac{x}{k}).$$

Esercizio 3 Trovare massimi e minimi relativi della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) := e^{1+(x+y)^2} + \frac{x^2}{1+x^4}.$$

Esercizio 4

A1) Enunciare le definizioni di funzione integrabile e assolutamente integrabile in senso improprio.

A2) Verificare che $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx$ è integrabile in senso improprio calcolando il valore esatto di tale integrale.

B1) Enunciare la definizione di limite per funzioni di due variabili.

B2) Verificare che la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) := e^{-\frac{1}{x^2+y^2}} \text{ se } (x, y) \neq (0, 0), \quad f(0, 0) := 0$$

è continua in $(0, 0)$.

C1) Enunciare il teorema sulla natura degli estremi di una funzione f sul vincolo $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : g(x, y) = c\}$, dove f, g sono funzioni di due variabili e $c \in \mathbb{R}$. (In altre parole: tra quali punti vanno cercati tali estremi?)

C2) Trovare massimi e minimi assoluti della funzione $f(x, y) := 2x^2 - y^2$ sul vincolo $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$.