Prima di uscire dall'aula, **CONSEGNARE QUESTO FOGLIO** indipendentemente dall'esito della prova. Nel caso, si barri "Ritirato" accanto alla firma.

ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA II (B)

Compito **A** - 23 marzo 2010

Cognome e nome (stampatello): ....

Numero matricola: .... Corso di laurea: ....

Ordinamento: □ Nuovo (DM 270) □ Vecchio (ex DM 509)

Firma .... Ritirato □ ☜

Esercizio 1 (7 punti) Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{1}{(4x+1)^{3/4} - (4x+1)^{2/3}}\,dx\,.$$

Esercizio 2 (7 punti) Stabilire per quali valori del parametro reale $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie risulta convergente:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k \sqrt[3]{k}} \left(\frac{11x}{5|x|+2} \right)^k .$$

Esercizio 3 (7 punti) Trovare massimi e minimi relativi della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) := (e^y + 1)\big(\tfrac{x^3}{3} - x\big) + (1-y)e^y\,.$$

(2 punti) Dimostrare che f non ammette né massimo né minimo assoluto su $\mathbb{R}^2$.

Esercizio 4 (2 punti) Si enunci il criterio del confronto asintotico per integrali impropri (sia nel caso "limite finito e non nullo" che nel caso "limite nullo o infinito").
(2 punti) Stabilire se l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} \sin\big(\frac{1}{\sqrt{x}}\big)dx$ è convergente o meno.

Esercizio 5 (2 punti) Si enunci la definizione di limite in (x_0, y_0) per una funzione $f : D \to \mathbb{R}$ definita su un dominio $D \subset \mathbb{R}^2$.
(2 punti) Si enunci il teorema sui limiti nell'origine $(0,0)$ in coordinate polari.
(2 punti) Dimostrare che la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{3x^3+y^5}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

è continua su tutto $\mathbb{R}^2$.