Prima di uscire dall'aula, **CONSEGNARE QUESTO FOGLIO** indipendentemente dall'esito della prova. Nel caso, si barri "Ritirato" accanto alla firma.

ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA II (B)

Compito **A** - 14 dicembre 2012

Cognome e nome (stampatello): ....

Numero matricola: .... Corso di laurea: ....

Firma .... Ritirato □ ☜

Esercizio 1 a) (7 punti) Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{2x^2+7x+12}{x^4+7x^3+12x^2}\, dx\,.$$

b) (2 punti) Si calcoli il valore esatto dell'integrale improprio $\int_1^{+\infty} \frac{2x^2+7x+12}{x^4+7x^3+12x^2}\, dx$.

Esercizio 2 a) (7 punti) Stabilire, al variare del parametro $\alpha > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\left(1-\cos\frac{2\pi}{k^\alpha}\right)^2}{\arctan\frac{1}{k^{\alpha^3}}}\sqrt{\frac{k}{k^3+7}}\,.$$

b) (2 punti) Cosa succede per $\alpha = 0$?

Esercizio 3 a) (7 punti) Dopo aver dimostrato che esistono, si trovino massimi e minimi assoluti sul dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \le 5\}$ della funzione $f(x,y) = x^3 + xy^2$.

b) (2 punti) Si enunci il teorema sulla natura dei punti critici per funzioni due volte differenziabili (quello che coinvolge la matrice Hessiana, per intenderci).

Esercizio 4 (2 punti) Si enunci il teorema fondamentale del calcolo integrale.
(2 punti) Calcolare la derivata della funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^{x^2} \frac{2+\sin t}{1+t^{2012}}\, dt\,.$$

(2 punti) Dimostrare che F ha un unico minimo assoluto su $\mathbb{R}$, e trovarlo.