

Prima di uscire dall'aula, **CONSEGNARE QUESTO FOGLIO** indipendentemente dall'esito della prova. Nel caso, si barri "Ritirato" accanto alla firma.

ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA II (B)

Compito A - 27 marzo 2012

Cognome e nome (stampatello):

Numero matricola: Corso di laurea:

Firma Ritirato 

Esercizio 1 a) (7 punti) Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{x}{(x^2 + 3)(x^2 + 2)} dx.$$

b) (2 punti) Calcolare il valore (esatto) dell'integrale improprio $\int_2^{+\infty} \frac{x}{(x^2+3)(x^2+2)} dx$.

Esercizio 2 (7 punti) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\sin \frac{2+k^2}{k^6+k^5+4} \right)^{\alpha^2} \left(e^{\frac{k+1}{k^4+4}} - 1 \right)^{\alpha}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3 (7 punti) Dimostrare che la funzione $f(x, y) = x^8 + y^4$ ammette punti di massimo e minimo assoluto sull'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 + x^4 \leq 81\}$ e trovare tali punti.

Esercizio 4 a) (2 punti) Si enunci la definizione di serie convergente.

b) (2 punti) Si enunci il criterio del rapporto per la convergenza di una serie.

c) (2 punti) Si dica se la serie $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+2}{2^k}$ è convergente oppure no.

Esercizio 5 a) (2 punti) Si enunci il teorema sui limiti nell'origine $(0, 0) \in \mathbb{R}^2$ in coordinate polari per una funzione di due variabili.

b) (2 punti) Si dimostri che

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + 2xy^2}{x^2 + y^2} = 0.$$