

Prima di uscire dall'aula, **CONSEGNARE QUESTO FOGLIO** indipendentemente dall'esito della prova. Nel caso, si barri "Ritirato" accanto alla firma.

ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA 2 (B)

Compito A - 25 marzo 2013

Cognome e nome (stampatello):

Numero matricola: Corso di laurea:

Firma Ritirato 

Esercizio 1 (7 punti) Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{x-4}{x+x^3} dx.$$

Esercizio 2 (7 punti) Stabilire per quali parametri reali $x > 0$ la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k + \sqrt{k}} \left(-\frac{x^2 + 1}{5x} \right)^k$$

risulta convergente.

Esercizio 3 (7 punti) Dimostrare che esistono e trovare i punti di massimo e minimo assoluto della funzione $f(x, y) = xy^4$ sull'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 3\}$.

Esercizio 4 a) (2 punti) Si enunci la definizione di integrabilità in senso improprio per una funzione $f : [a, b) \rightarrow \mathbb{R}$.

b) (2 punti) Calcolare il valore esatto dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^7} \log x dx.$$

c) (2 punti) Si dica se l'integrale improprio $\int_1^{+\infty} \frac{3+\sin x}{x^3} dx$ è convergente oppure no.

Esercizio 5 a) (2 punti) Si enunci la definizione di punto di accumulazione per un sottinsieme $D \subset \mathbb{R}^2$.

b) (2 punti) Si enunci il teorema sui limiti nell'origine $(0, 0) \in \mathbb{R}^2$ in coordinate polari per una funzione di due variabili.

c) (2 punti) Si dimostri che

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^6 + 7xy^5}{(x^2 + y^2)^2} = 0.$$