

Prima di uscire dall'aula, **CONSEGNARE QUESTO FOGLIO** indipendentemente dall'esito della prova. Nel caso, si barri "Ritirato" accanto alla firma.

ISTITUZIONI DI ANALISI MATEMATICA 2 (A)

Compito A - 25 marzo 2014

Cognome e nome (stampatello):

Numero matricola: Corso di laurea:

Firma Ritirato 

Esercizio 1 a) (7 punti) Si calcoli l'integrale indefinito

$$\int \frac{1}{27x^4 + x} dx.$$

b) (2 punti) Calcolare il valore esatto dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{27x^4 + x} dx.$$

Esercizio 2 (7 punti) Stabilire per quali valori del parametro $x \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{9k}}{9^k \sqrt{k}}$$

risulta convergente.

Esercizio 3 a) (7 punti) Dimostrare che esistono e trovare i punti di massimo e minimo assoluto della funzione $f(x, y) = x^4 + y^3$ sull'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}\}$.

b) (2 punti) Si enuncino le definizioni di derivata parziale rispetto ad x e rispetto ad y nel punto (x_0, y_0) per una funzione $f(x, y)$ di due variabili.

c) (2 punti) Si calcolino le derivate parziali in $(0, 0)$ della funzione f definita da

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{2x^5 + 3y^6}{3x^4 + 5y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Esercizio 4 a) (2 punti) Si enunci la definizione di integrabilità in senso improprio per una funzione $f : [a, b) \rightarrow \mathbb{R}$.

b) (2 punti) Si enunci il criterio del confronto asintotico per integrali impropri.

c) (2 punti) Stabilire il carattere dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^{7\alpha}} \left(\sin \frac{1}{x} \right)^{5\alpha} dx.$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.