

Vicenza 17 aprile 2007

Esercizi di autoverifica. 2. Integrali doppi e tripli.

1. Calcolare

$$\int_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) : x^2/2 \leq y \leq x^2, 1 < x < 2\}$.

2. Calcolare

$$\int_D \frac{\tan(x+y)}{x+y} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) : x+y < 1, x, y > 0\}$.

3. Calcolare il volume ed il baricentro del solido omogeneo (di densità 1) dato da

$$S = \{(x, y, z) : y \geq 0, 8(x^2 + z^2) - 4y^2 \leq 1, x^2 + z^2 - y^2 \geq 0\}.$$

4. Calcolare

$$\int_Q (x-y) \log(x+y) dx dy,$$

dove Q è il quadrilatero compreso nell'intersezione delle rette $y = x - 1$, $y = x$, $y = 1 - x$ e $y = 3 - x$.

5. Calcolare

$$\int_P (3x - y)^2 \left(-\frac{x}{4} + \frac{y}{4}\right) dx dy,$$

dove P è il parallelogramma delimitato dalle rette $y = 3x$, $y = x$, $y = 3x - 1$ e $y = x + 4$.

6. Disegnare l'insieme

$$C = \left\{ (x, y, z) : z \leq 2 - \frac{x^2 + y^2}{3}, x^2 + y^2 + (z - 2)^2 \leq 4 \right\}$$

e calcolare

$$\int_C (z - 2) dx dy dz.$$

7. Calcolare

$$\int_E x^2(y - x^3)e^{y+x^3} dx dy,$$

dove $E = \{(x, y) : x^3 \leq y \leq 3, x \geq 1\}$.

8. Calcolare il volume del solido ottenuto intersecando il cilindro di equazione $x^2 + y^2 - 2x \leq 0$ con la sfera $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.