Fondamenti di Analisi Matematica 2 - a.a. 2010-11

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale, Meccanica e Meccatronica

1. Sia γ la curva piana definita da $x(t) = \frac{t^2}{1-t}$, $y(t) = 1 - t^2$, $t \in [-1, \frac{1}{2}]$. Calcolare $\int\int_D y\,dx\,dy$, ove D rappresenta la regione del piano compresa fra gli assi e l'arco di γ che connette i punti $(0,1)$ e $(\frac{1}{2}, 0)$.

[1/10]

2. Usare il Teorema di Stokes per calcolare

$$\int_\gamma y dx + y^2 dy + (x + 2z) dz\,,$$

ove γ è la curva intersezione fra la sfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ e il piano $y + z = 4$, orientata in senso antiorario se vista dall'alto.

$[-\pi a^2/\sqrt{2}]$

3. Utilizzando il Teorema di Gauss (della divergenza), calcolare il flusso del campo vettoriale $F(x, y, z) = (x, y, z^2)$ uscente dal bordo dell'aperto

$$\Omega := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, -1 < z < -x^2 - y^2\}\,.$$

$[\pi/3]$

4. Sia γ l'arco di cicloide di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases} \quad 0 \le t \le 2\pi.$$

Calcolare l'area della regione piana delimitata dalla curva e dall'asse delle x.

5. Calcolare il flusso del campo vettoriale $F(x, y, z) = (xy, x, 1)$ uscente dalla superficie

$$\Sigma = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\; z = 1 - x^2/2 - y^2, \quad x^2/2 + y^2 < 1\right\}$$

nel verso delle z negative.