

Integrali doppi e tripli.

1. Calcolare

$$I = \int_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) : x^2/2 \leq y \leq x^2, 1 < x < 2\}$.

(R. $I = \arctan 2 - \frac{\pi}{4} + \frac{7}{2} \log 2 - \frac{3}{2} \log 5$.)

2. Calcolare

$$I = \int_D \frac{\tan(x+y)}{x+y} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) : x + y < 1, x, y > 0\}$.

(R. $I = -\log \cos 1$)

3. Calcolare

$$\int_Q (x-y) \log(x+y) dx dy,$$

dove Q é il quadrilatero compreso nell' intersezione delle rette $y = x - 1$, $y = x$, $y = 1 - x$ e $y = 3 - x$.

4. Calcolare

$$\int_P (3x - y)^2 \left(-\frac{x}{4} + \frac{y}{4}\right) dx dy,$$

dove P é il parallelogramma delimitato dalle rette $y = 3x$, $y = x$, $y = 3x - 1$ e $y = x + 4$.

5. Calcolare

$$\int_E x^2(y - x^3)e^{y+x^3} dx dy,$$

dove $E = \{(x, y) : x^3 \leq y \leq 3, x \geq 1\}$.

(R. $\frac{1}{6}(e^6 - 4e^4 - e^2)$)

6. Disegnare l'insieme

$$C = \left\{ (x, y, z) : z \leq 2 - \frac{x^2 + y^2}{3}, x^2 + y^2 + (z - 2)^2 \leq 4 \right\}$$

e calcolare l'integrale triplo

$$\int_C (z - 2) dx dy dz.$$

7. Calcolare il volume ed il baricentro del solido dato da

$$S = \{(x, y, z) : y \geq 0, 8(x^2 + z^2) - 4y^2 \leq 1, x^2 + z^2 - y^2 \geq 0\}.$$

8. Calcolare il volume del solido ottenuto intersecando il cilindro di equazione $x^2+y^2-2x \leq 0$ con la sfera $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.