

Esercizi sulle equazioni differenziali

1) Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 - 9}{6} t \sin(4t) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

2) Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{16 - x^4} - \frac{2x}{4 + x^2} y, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

3) Data l'equazione differenziale

$$y' = (y + 2)(y + 1) \tan x,$$

a) se ne trovino tutte le soluzioni costanti,

b) se ne trovi (esplicitamente) la soluzione che soddisfa la condizione iniziale $y(\pi) = 2$.

4) Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 - 3y - 4}{3x^2 + 1} \\ y(0) = 5 \end{cases}$$

5) Calcolare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y'' + 4y' + 4y = 4t^2.$$

6) Date l'equazione differenziale

$$(1) \quad y'' + 2y' + y = e^{-x}$$

e la funzione $\varphi(x) = ax^2 e^{-x}$ ($a \in \mathbb{R}$),

a) si determini a in modo che φ sia soluzione di (1);

b) si determini la soluzione che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$ e $y'(0) = 1$.

7) Trovare l'integrale generale di

$$y'' - 2y' + 4y = -\sin(\sqrt{3}t).$$

Facoltativo: determinare tutte le soluzioni periodiche.

8) Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{2}{x}y = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{\sin 2x(1 + \tan^2 x)}{3 \sin 2x + 4 \cos 2x} \\ y(-\pi/4) = 0 \end{cases}$$

9) Determinare $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che la funzione $\varphi(x) = \alpha \tan x$ sia soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' + y' - 2y = 2 \tan^3 x + \tan^2 x + 1; \quad (1)$$

Determinare poi la soluzione di (1) che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.