

**Università degli Studi di Padova – Facoltà di Ingegneria**

Prof. F. Albertini, P. Mannucci, C. Marchi, M. Motta

**Prova di autovalutazione di Analisi Matematica 1, parte A**

Vicenza, 4 dicembre 2008

**ATTENZIONE:**

- l'Es. 4 è facoltativo (la valutazione complessiva dei primi 3 esercizi è 28/30)
- Tempo assegnato: 2 ore e 1/2 per svolgere gli esercizi 1,2,3; 3 ore per svolgere gli esercizi 1,2, 3 e 4.

**Esercizio 1** Si consideri la funzione

$$f(x) = \arccos |e^x - 1|$$

- Determinare il dominio e il segno di  $f$ .
- Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di  $f$ .
- Studiare la continuità e la derivabilità di  $f$ ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di  $f$ .
- Calcolare i limiti di  $f'$ , se significativi.
- Studiare convessità e flessi di  $f$ .
- Disegnare un grafico qualitativo di  $f$  in tutto il dominio.

**Esercizio 2** Si consideri la successione

$$a_n = \frac{2n^2 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) - 4n \arctan n + \sqrt{n} \log(1 + 2n)}{n^2 \cos n - 3n^2}$$

- (a) Calcolare  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$
- (b) Determinare, se esiste, l'ordine di infinitesimo (o infinito) di  $a_n$ .

**Esercizio 3** Calcolare per ogni valore reale del parametro  $\alpha$  il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x^2-x} - 2^x + 2(\log 2)x + x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\sin(\alpha x^2) + (\cos x - 1)^2 + e^{-3/x^2}}.$$

**Esercizio 4 (Facoltativo)** Determinare il valore dei parametri  $a, b$  reali affinché la funzione seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x + \cos x - e^{x^2/2}}{2x} & x > 0, \\ 2ae^x - 3bx & x \leq 0 \end{cases}$$

- (a) sia continua in  $\mathbb{R}$ ;
- (b) sia di classe  $C^1$  in  $\mathbb{R}$ .